UNIDAD 2 DINAMICA

CAPITULO 1 LEYES DE LA DINAMICA

1.1 INTRODUCCION

En el tema que ahora comenzamos, dinámica, introduciremos el concepto de **fuerza** y el de **masa** y los relacionaremos con el movimiento de los cuerpos.

Así, veremos cómo el aplicar una fuerza sobre una partícula **modifica** su vector velocidad. Es decir, estudiaremos los principios generales que describen los efectos que las fuerzas producen sobre los cuerpos, en especial sobre su movimiento.

1.2 CONCEPTO INTUITIVO DE FUERZA

Cuando empujamos un mueble, cuando sostenemos una valija, cuando aceleramos una bicicleta, decimos que estamos ejerciendo una fuerza. Esta noción intuitiva es la base para la acepción rigurosa que en física se le da a la palabra «fuerza». Sin embargo, expresiones como «el granizo cayó con mucha fuerza», según veremos, no son acertados en su lenguaje físico. Podemos romper un cuerpo, deformarlo, equilibrarlo, desequilibrarlo o modificar los vectores velocidad de las partículas que lo conforman. La definición rigurosa de fuerza debe tener en cuenta sus efectos. Una característica importante es su direccionalidad: podemos ejercer diversas fuerzas sobre el mismo cuerpo en diferentes direcciones. Esto nos sugiere considerar a la magnitud física fuerza como un **vector**: tiene intensidad (módulo), dirección y sentido.

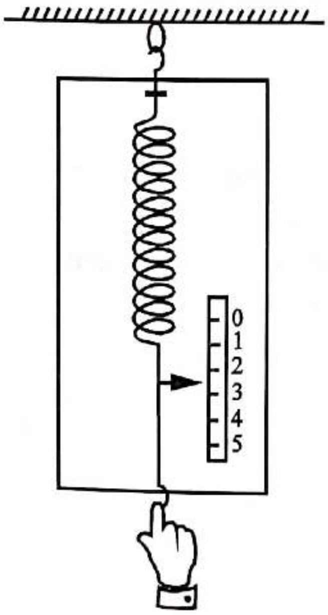


Fig. 1.1: Dinamómetro.

Para cuantificar estas nociones intuitivas utilizamos un resorte (o dinamómetro). Si se fija uno de sus extremos y sobre el otro se actúa con la fuerza que deseamos medir, se obtiene un estiramiento o una compresión, cuya cuantía determina la intensidad de la fuerza* (ver **Fig. 1.1**).

A esta altura nuestra primera definición de fuerza es «aquello que estira un dinamómetro». A lo largo de este capítulo daremos más rigor a esta definición.

---

* *Es esencial que se trate de un resorte sin histéresis. Esto quiere decir que cada vez que se deforma debe recuperar su longitud original al suprimirse las fuerzas que sobre él se ejercieron. Todo resorte puede dejar de recuperar su forma original si se ejerce sobre él fuerzas demasiado grandes. Por lo tanto, debemos elegir resortes que sean adecuados para las fuerzas que deseamos medir.*

Escaneado con CamScanner

Al elegir la graduación de la escala* estamos eligiendo una unidad de fuerza arbitraria. Se acepta por convención internacional una unidad que en el sistema MKS es el Newton (N). Otra unidad y que corresponde al sistema técnico, es el kilogramo fuerza (lo abreviaremos kgf). Un kgf es el peso de la masa patrón (kilogramo masa) en condiciones normales ($|\vec{g}|$=9.80665 m/s²)

La relación entre estas dos unidades es

$$1 \text{ kgf} = 9{,}81 \text{ N} \;\; ; \;\; 1 \text{ N} = 1/9{,}81 \text{ kgf}$$

El valor 9,81 m/s² corresponde al de la aceleración de la gravedad, $\vec{g}$, en la superficie de la Tierra.

Ejemplo 1.1:

a) Se desea expresar en Newton una fuerza de 50 kgf.

$$50 \text{ kgf} = 50 \;.\; 9{,}8 \text{ N} = 490 \text{ N}$$

b) Se desea expresar en kgf una fuerza de 294 N.

$$294 \text{ N} = 294 \;.\; 1/9{,}8 \text{ kgf} = 30 \text{ kgf}$$

El kgf es la unidad utilizada cotidianamente en el comercio y la industria. El Newton, que se utiliza en el trabajo científico, vale aproximadamente la décima parte de 1 kgf (≈100 gramos fuerza).

1.2.1 COMPOSICION DE FUERZAS. RESULTANTES

A menudo hay varias fuerzas ejercidas al mismo tiempo sobre un mismo cuerpo. Si se trata de una partícula son fuerzas «concurrentes», es decir, están todas aplicadas en un mismo punto. Para estudiar mejor el efecto de dichos **sistemas de fuerzas**, nos planteamos la siguiente pregunta: ¿Existe acaso una fuerza única capaz de producir sobre el cuerpo el mismo efecto que el sistema de fuerzas dado? Si existe, a esa fuerza la llamaremos «resultante» del sistema, y nos permite simplificar mucho el problema, ya que una vez determinada la resultante (si existe), podemos siempre trabajar con una única fuerza. La respuesta a la pregunta no es sencilla en el caso general (cuerpos extensos, fuerzas no concurrentes). En el caso de una partícula, que es el que nos ocupará por el momento, la experiencia muestra que todo sistema de fuerzas concurrentes admite resultante; en otras palabras

> Si sobre una partícula actúan varias fuerzas, en todos los casos existe una única fuerza, llamada **resultante** del sistema de fuerzas, que producirá por sí sola idéntico efecto al producido por el sistema. (Por producir idéntico efecto debe entenderse producir la misma aceleración)

---

* *Para graduar la escala se procede así: Se cuelgan pesos sucesivos cuya igualdad se verificaría porque estiran igualmente el resorte, cada uno de ellos por separado. Luego de colocar cada peso, y una vez alcanzado el equilibrio, se procede a la marcación de la escala. Si las marcas estuvieren igualmente espaciadas, se dirá que el resorte cumple la ley de Hooke.*

Escaneado con CamScanner

Además, de la experiencia surge cómo averiguar la resultante:

La resultante de un sistema de fuerzas aplicadas sobre una partícula se obtiene efectuando la **suma vectorial** de todos los vectores fuerza que componen dicho sistema*.

Ejemplo 1.2:

Si sobre una partícula actúan dos fuerzas, $\vec{F}_1$ de 6 N y $\vec{F}_2$ de 8 N, perpendiculares entre sí, ¿cuál es la dirección y el módulo de la resultante?.

Ya que las dos fuerzas son perpendiculares, podemos colocar un par de ejes **x** e **y** cuya orientación coincida con la de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ respectivamente:

y será

$\vec{F}_1 = 6 \text{ N } \mathbf{i}$

$\vec{F}_2 = 8 \text{ N } \mathbf{j}$

La resultante $\vec{R}$ debe ser:

$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 6 \text{ N } \mathbf{i} + 8 \text{ N } \mathbf{j}$

es decir, $R_x = 6$ N ; $R_y = 8$ N

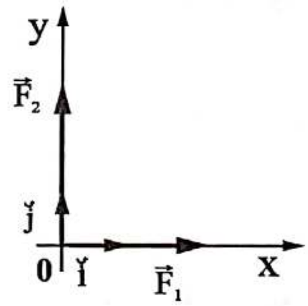


Fig. 1.2: Representación de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$.

Para averiguar la dirección de la resultante:

$$\text{tg}\theta = \frac{R_y}{R_x} \quad \therefore \quad \theta = \text{arctg}\frac{R_y}{R_x} = \text{arctg}\frac{8}{6} = 53{,}13°$$

y el módulo:

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{36\text{N}^2 + 64\text{N}^2} = \sqrt{100\text{N}^2}$$

$$\boxed{|\vec{R}| = 10 \text{ N}}$$

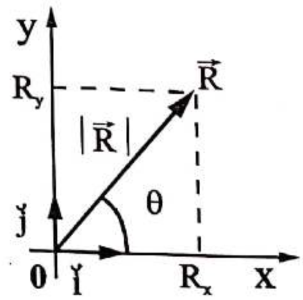


Fig. 1.3: Resultante.

Respuesta: La resultante es una fuerza de 10 N cuya dirección forma un ángulo de 53,13° con la de $\vec{F}_1$.

** En el apéndice de matemática se da el ejemplo del sacacorchos que muestra que la resultante se obtiene mediante la suma vectorial sólo en el caso de partículas, y no en todos los casos si se trata de cuerpos extensos.*

Escaneado con CamScanner

Ejemplo 1.3:

Si ahora actúan tres fuerzas sobre una partícula de módulos $|\vec{F}_1| = 15$ N; $|\vec{F}_2| = 9$ N; $|\vec{F}_3| = 10$ N; que forman con el sistema de coordenadas de la figura los ángulos que allí se indican entonces es:

$\vec{F}_1 = 15 \text{ N} \cos 45° \, \mathbf{i} + 15 \text{ N} \operatorname{sen} 45° \, \mathbf{j}$

$\vec{F}_2 = 9 \text{ N} \cos 30° \, \mathbf{i} - 9 \text{ N} \operatorname{sen} 30° \, \mathbf{j}$

$\vec{F}_3 = -10 \text{ N} \, \mathbf{i}$

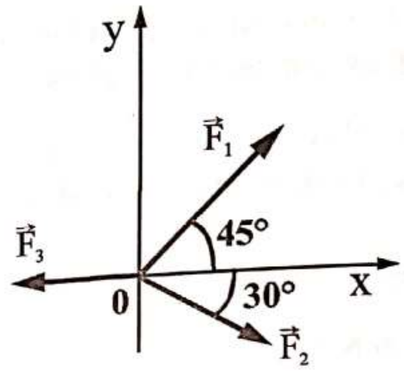


Fig. 1.4: $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$.

La resultante $\vec{R}$ será:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\vec{R} = (15 \text{ N} \cos 45° + 9 \text{ N} \cos 30° - 10 \text{ N}) \, \mathbf{i} + (15 \text{ N} \operatorname{sen} 45° - 9 \text{ N} \operatorname{sen} 30°) \, \mathbf{j}$$

$$\vec{R} = R_x \, \mathbf{i} + R_y \, \mathbf{j}$$

$$R_x = 15 \text{ N} \cos 45° + 9 \text{ N} \cos 30° - 10 \text{ N} = 8{,}4 \text{ N}$$

$$R_y = 15 \text{ N} \operatorname{sen} 45° - 9 \text{ N} \operatorname{sen} 30° = 6{,}1 \text{ N}$$

La dirección de la resultante está dada por:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{R_y}{R_x} \quad \therefore \quad \theta = \operatorname{arctg} \frac{R_y}{R_x} = \operatorname{arctg} \frac{6{,}1}{8{,}4} = 53°59'$$

y el módulo

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 10{,}38 \text{ N}$$

Respuesta: La resultante es una fuerza de 10,38 N cuya dirección forma un ángulo de 35° 59' con la dirección del eje x.

Escaneado con CamScanner

1.3 PRINCIPIOS DE NEWTON

1.3.1 ALGUNAS REFLEXIONES PREVIAS

A través del estudio de la cinemática hemos dejado establecido que para describir un suceso es necesario establecer un marco de referencia de **espacio** y **tiempo** que, aunque arbitrario, debe quedar claramente identificado. En el marco espacio-temporal de referencia, la descripción de los fenómenos se realiza mediante variables que llamamos **magnitudes físicas.** Estas **describen** propiedades de objetos concretos o ideales que llamamos **sistemas físicos** (porción del universo que se estudia).

El sistema físico más simple que podemos concebir es una **partícula**, aislada del resto del universo. En este caso, las magnitudes físicas adecuadas para describir su movimiento son su posición y su velocidad.

Para este sistema aislado siempre es posible encontrar un sistema de referencia en el que su movimiento sea rectilíneo y uniforme*. Este sistema de referencia se llama **inercial**.

Este movimiento sólo puede ser modificado a través de una acción externa al sistema considerado, provocada por otro sistema físico que interactúe con él.

Como resultado de la interacción, el comportamiento de ambos sistemas varía, y los cuerpos, al cambiar su velocidad, se aceleran. Hay que notar que la interacción es un proceso mutuo: siempre que un sistema actúa sobre otro, éste también actúa sobre el primero. A veces esto se menciona diciendo que uno acciona sobre el otro y éste reacciona sobre el anterior. En síntesis, existen sistemas de referencia, llamados inerciales, en los que todas las fuerzas y aceleraciones que se observan se deben a interacciones entre partículas que se atraen o se rechazan. En tales sistemas de referencia, si no hay interacción, no hay fuerza.

La descripción de estos procesos de interacción (o entre sistemas físicos) puede plantearse de acuerdo a tres leyes fundamentales:

LEYES DE NEWTON

Ley I:
Toda partícula permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, si sobre ella no actúan fuerzas; o si actúan, la suma de éstas es cero.

Ley II:
Para una partícula, la aceleración es proporcional a la resultante de las fuerzas actuantes y tiene igual dirección y sentido que ella.

Ley III:
Las fuerzas de interacción entre dos partículas (sistema) son siempre de igual módulo, de igual dirección (recta de acción) y de sentidos opuestos.

---

* *Esta afirmación no está libre de controversias originadas en el hecho que dada* ***cualquier*** *partícula, aislada o no del resto, actúen o no fuerzas sobre ella, siempre es posible hallar un sistema de referencia en el que dicha partícula se mueva con Movimiento Rectilíneo y Uniforme.*

Escaneado con CamScanner

1.3.2 SIGNIFICADOS Y ALCANCE

Si centramos nuestra atención en estos tres enunciados, que a primera vista parecen bastante inocentes como para ser los pilares de toda una concepción científica, con sus extraordinarias implicancias en las demás ramas del conocimiento, podemos abstraer los conceptos fundamentales involucrados en ellos, que son:

- un objeto físico (el cuerpo);
- un observable (el movimiento);
- un agente (la fuerza) que es la causa de lo que se observa.

Aunque el concepto de interacción está presente en las formulaciones de Newton, al referirse éste al **cuerpo aislado**, utiliza el concepto de fuerza como la manifestación de la acción de un cuerpo sobre otro (Ley III).

Es este agente el que explica las modificaciones del movimiento, pues en su primera ley, establece que si no hay **fuerza** (o la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es nula) no hay **cambio** en la velocidad del cuerpo.

Ahora bien, así como la primera ley establece la necesidad de una causa (la fuerza) para obtener un efecto (el cambio en el vector velocidad), la segunda ley fija cuál es la forma que adopta esta relación causa-efecto, esto es, dice que la causa es **proporcional** al efecto.

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

Dado un determinado cuerpo al que se le aplican diversas fuerzas, se hallará que adquiere diversas aceleraciones y si actúan simultaneamente sobre el cuerpo dichas fuerzas, este adquiere una aceleración que resulta ser la suma de las aceleraciones individuales.

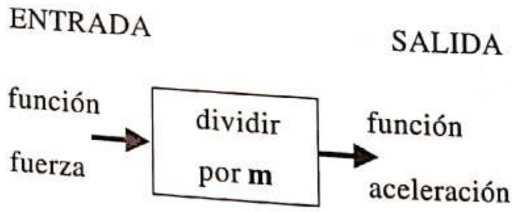
$$\Sigma\vec{F} = m\,\vec{a}$$

Hay una razón o constante de proporcionalidad entre las aceleraciones y las fuerzas. Se encuentra experimentalmente que la constante **m** sólo depende del cuerpo en cuestión y no de la naturaleza de la fuerza $\vec{F}$ o de su intensidad. Si se eligen diversos cuerpos se hallarán, en general, diversas constantes de proporcionalidad.

Esta propiedad que identifica al cuerpo se llama **masa** y Newton la asoció a la «cantidad de materia», que define como el producto de la densidad por el volumen.

Mucho se ha discutido acerca del significado de esta sintética expresión. Hay quienes pretenden que la Ley II define la fuerza en forma operacional, ya que de lo contrario aparecería como un concepto cualitativo; otros pretenden que pudiéndose medir la fuerza (mediante un dinamómetro) y la aceleración, ésta sería una definición operacional del concepto de masa. Postergando discusiones de tipo epistemológico, a nosotros nos será provechoso utilizar la ecuación de Newton como una **regla metodológica** (como regla de procedimiento). Aclaremos este significado:

Podríamos pensarla como una máquina calculadora que está programada para dividir por m la información que le suministramos y nos entrega aceleraciones



Con esta poderosa «maquinita» resolveremos un sinfín de situaciones, para distintos sistemas físicos, caracterizados por distintas funciones fuerza (bloques tirados por sogas, cuerpos cayendo por planos inclinados, cuerpos sujetos a resortes, movimiento planetario, etc.)

Con respecto a la tercera ley, la comúnmente llamada de acción y reacción, podemos decir que plantea la forma matemática de la interacción entre dos objetos físicos, entendiendo por interacción el hecho experimental de que dos objetos físicos puestos en proximidad se modifican mutuamente sus estados de movimiento.

Escaneado con CamScanner

El contenido importante de esta ley es que la **influencia es recíproca**. No existen acciones unilaterales: Si un cuerpo A le hace fuerza a otro cuerpo B, éste le hará a A también fuerza, y de la misma intensidad, dirección y distinto sentido.

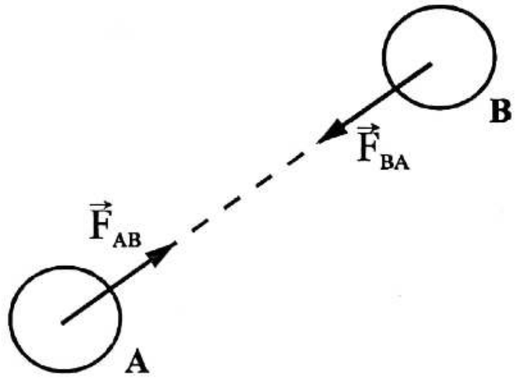


Fig. 1.5: Par de fuerzas, par de interacción.

Ahora, si consideramos uno de los cuerpos por separado (no vemos el cuerpo B) y observamos que A posee un movimiento acelerado, reemplazamos a B por la manifestación de su influencia, a la que llamamos fuerza y planteamos la Ley II

$$a_A = \frac{\vec{F}_A}{m_A}$$

Del mismo modo, podemos hacerlo con el objeto B

$$a_B = \frac{\vec{F}_B}{m_B}$$

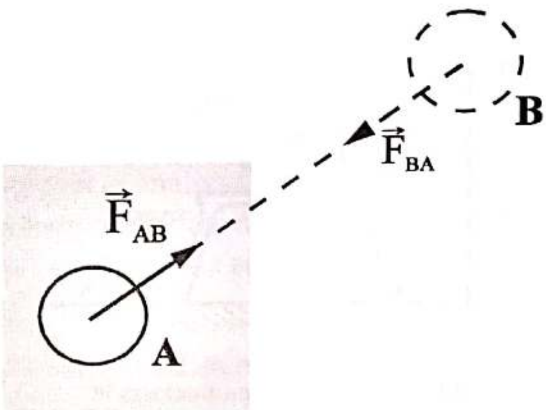


Fig. 1.6: Elección del sistema a estudiar.

La relación matemática entre estas manifestaciones de la interacción es

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = 0 \qquad \text{o} \qquad \vec{F}_A = - \vec{F}_B$$

Debe tenerse muy en cuenta que, el hecho de que la suma de estas fuerzas sea cero, no significa que la resultante de las fuerzas aplicadas sobre cada uno de los cuerpos sea nula, pues las fuerzas $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$ están aplicadas sobre cuerpos distintos.

Desde un punto de vista práctico, la tercera ley, que establece la existencia de estos pares de fuerzas de acción-reacción cuando hay dos o más objetos en interacción, nos permite manifestar cada par de interacción por separado y de este modo conocer **todas las acciones existentes sobre un cuerpo del conjunto** y, mediante el **principio de superposición***, encontrar la fuerza neta (la resultante) actuante y calcular la aceleración que experimentará el cuerpo aplicando la Ley II.

---

* *Este principio no significa otra cosa que la composición o suma vectorial de fuerzas descriptas en 1.2.1.*

Escaneado con CamScanner

Veamos un ejemplo que proponemos se trabaje en clase:

Ejemplo 1.4:

Supongamos un cuerpo apoyado sobre una mesa y ésta apoyada sobre el piso (que pertenece a una casa, edificada sobre la superficie de la Tierra, ...). El conjunto no se mueve (visto desde la Tierra, que por ahora consideraremos, sin discusión, un sistema inercial*) por lo cual, según la segunda ley

$$\Sigma \vec{F} = m\,\vec{a} = 0$$

¿Cómo podríamos justificar este resultado, desde el momento en que sin duda hay múltiples interacciones?

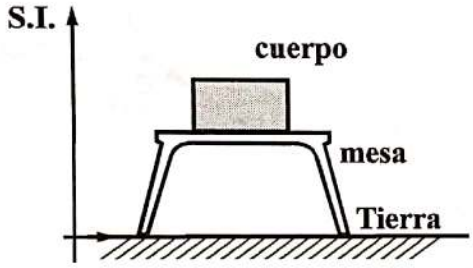


Fig. 1.7: Cuerpos en interacción

Se lo proponemos como ejercicio:

- Encuentre todos los pares de interacción (acción-reacción) entre los distintos cuerpos;
- Dibuje aparte el cuerpo que está sobre la mesa y señale sobre él todas las **acciones** (fuerzas) con que los demás cuerpos se manifiestan;
- Encuentre la sumatoria de todas esas fuerzas.

**En realidad no lo es debido a su movimiento de rotación. Se hace esta aproximación debido a que en los problemas habituales no introduce errores apreciables.*

1.4 EJEMPLOS DE APLICACION

Veamos ahora cómo operan las leyes de Newton en la descripción del movimiento de cuerpos sometidos a diversas acciones dinámicas:

1.4.1 DINAMICA EN LOS MOVIMIENTOS RECTILINEOS

Ejemplo 1.5:

Consideremos el caso sencillo en que tiramos de un bloque mediante una soga, apoyado sobre una mesa perfectamente horizontal y en el caso ideal en que no hay rozamiento entre las superficies en contacto.

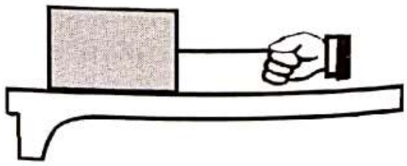


Fig. 1.8: Bloque tirado por medio de una soga.

Escaneado con CamScanner

Ejemplo 1.5:

Supongamos también que la soga tiene una masa despreciable frente a la masa del bloque, en cuyo caso podremos considerarla simplemente como un medio para ejercer una acción sobre el cuerpo.

Comenzaremos a utilizar las leyes de la dinámica haciendo algunas consideraciones:

1- Elegir un sistema de referencia desde el cual la descripción sea válida, esto es, aquel en que se cumplan las leyes. En nuestro análisis teórico simplemente postulamos la existencia de un **sistema inercial** y diremos que nuestras conclusiones serán válidas en él.

2- Idealizar el cuerpo de tal forma que podamos considerarlo una partícula. Para ello elegimos un punto del mismo en el que suponemos concentrada su masa, y en el que consideramos aplicadas las fuerzas.

3- Dibujar a cada cuerpo aisladamente para poder visualizar mejor las fuerzas que actúan sobre él (Diagrama de cuerpo libre o aislado).

El cuerpo aislado es una abstracción, deberemos entonces analizar todas las interacciones entre pares de cuerpos y discriminar cuáles son las acciones de los demás cuerpos sobre el que nos interesa, expresadas en términos de fuerzas, y obtener la aceleración que resulta del conjunto de dichas fuerzas.

Volvamos ahora a nuestro ejemplo y sigamos con el procedimiento enunciado:

1.- Consideremos un S.I.

2.- Reduzcamos el cuerpo a un punto material y analicemos las interacciones:

a) La **mano** interactúa con el cuerpo, a través de la soga, tirando de él. Esta acción se manifiesta concretamente a través de una tensión en la cuerda que va a tirar del cuerpo hacia la derecha. Llamaremos tensión $\vec{T}$ a la fuerza que la mano ejerce sobre el cuerpo.

b) La **Tierra** interactúa con el cuerpo, y ejerce una fuerza hacia su centro. Esa fuerza se denomina el peso del cuerpo y la representamos con $\vec{P}$.

c) Pero la mesa también interactúa con el cuerpo e impide que caiga hacia la Tierra. El resultado de la interacción entre la mesa y el cuerpo es una fuerza perpendicular a la superficie de contacto (ya que no aporta al movimiento del cuerpo en la dirección horizontal, sino que simplemente lo sostiene). Suele llamarse reacción normal del plano de contacto, $\vec{N}$.

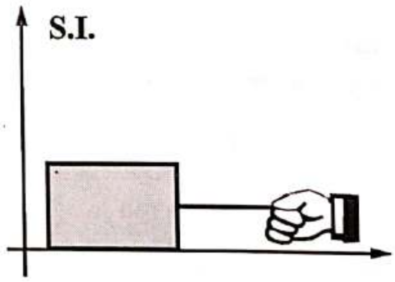


Fig. 1.9: Cuerpo de masa M en un sistema inercial.

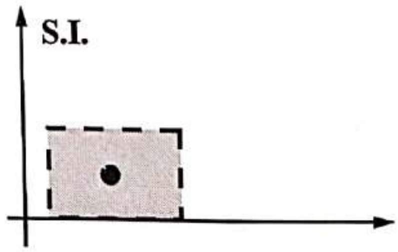


Fig. 1.10: Cuerpo puntual.

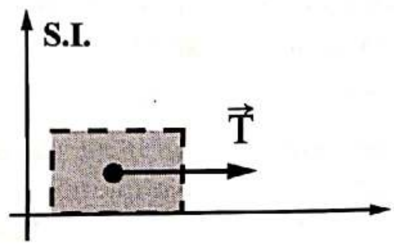


Fig. 1.11: Fuerza que ejerce la soga.

Escaneado con CamScanner

Ejemplo 1.5:

Y no observamos otras interacciones (tome nota de que no hemos considerado las fuerzas ejercidas de acuedo al principio de interacción sobre los otros cuerpos (la mano, la Tierra y la mesa) ya que esos cuerpos no entran ahora en nuestro análisis).

De este modo hemos **desvinculado** mentalmente al cuerpo y podemos buscar la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo que nos dirá cuál es la aceleración que adquiere.

El esquema que hemos construído suele llamarse diagrama de cuerpo aislado (o cuerpo libre).

3.- Apliquemos ahora la Ley II:

$$\Sigma\vec{F} = m\,\vec{a}$$

En vez de hallar la resultante de fuerzas, descompondremos la ecuación vectorial en dos ecuaciones escalares y calcularemos las componentes escalares de la aceleración por separado (algunas componentes pueden ser nulas y a la postre los cálculos se simplifican).

$$\Sigma F_x = m\,a_x$$

$$\Sigma F_y = m a_y$$

En nuestro caso:

$$\Sigma F_x = |\vec{T}| = m\,a_x$$

$$\Sigma F_y = |\vec{N}| - |\vec{P}| = m\,a_y$$

Pero vemos (condición del enunciado) que el cuerpo no se desplaza según y, esto es, $a_y = 0$. Luego

$$\Sigma F_y = |\vec{N}| - |\vec{P}| = m\,a_y = 0$$

de donde $|\vec{N}| = |\vec{P}|$ y

$$a = \frac{|\vec{T}|}{m}$$

La aceleración sólo depende de la tensión de la soga, que transmite al cuerpo la fuerza que la mano ejerce sobre ella, y la masa del cuerpo. Todo sucede como si no hubiera ni peso $\vec{P}$ ni fuerza normal de contacto $\vec{N}$*, y sólo actuara $\vec{T}$.

** A pesar de que se la conoce con ese nombre (reacción normal) $\vec{N}$ no forma con $\vec{P}$ un par de acción y reacción pues están aplicadas sobre el mismo cuerpo. Los pares de acción y reación están aplicados sobre cuerpos distintos.*

Apliquemos este mismo análisis, abreviado, a una serie de casos algo más complejos.

Ejemplo 1.6:

Consideremos dos cuerpos, tirados por una soga, y veamos con qué aceleración se mueve el conjunto:

Nuestra intuición nos anticipa que ambos cuerpos se acelerarán lo mismo que uno de masa igual a la suma de m_1 y m_2.

Supopndremos que la cuerda que une a los cuerpos, así como la que une la mano con ellos, es inextensible, de modo que ambos tengan la misma aceleración.

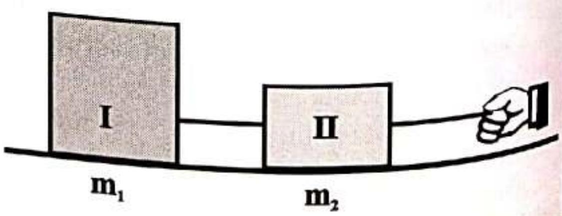


Fig. 1.14: Cuerpos de masas m_1 y m_2.

Escaneado con CamScanner

Ejemplo 1.6:

Desvinculemos idealmente a ambos cuerpos:

Cuerpo I (el de la izquierda, **Fig. 1.14**): la mano no ejerce acción directa sobre él, pero sí la ejerce el cuerpo de la derecha a través de la soga y, al igual que antes, tendremos el diagrama de cuerpo libre, o aislado, de la **Fig. 1.15 a**.

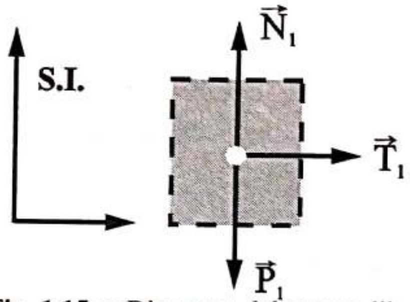


Fig. 1.15 a: Diagrama del cuerpo libre I.

Cuerpo II: Este recibirá, por una parte, la acción de la mano que tira hacia la derecha, pero estará impedido de acelerarse como lo haría si sólo estuviera la fuerza de la derecha pues ahora el cuerpo I ejercerá sobre él una fuerza en sentido contrario a la que le ejerce la mano. En el diagrama de cuerpo desvinculando se considera este nuevo elemento.

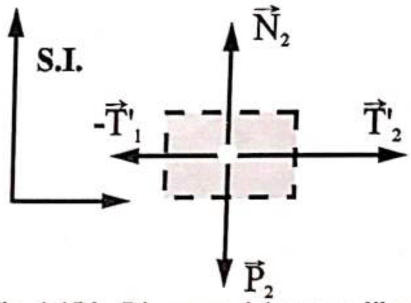


Fig. 1.15 b: Diagrama del cuerpo libre II.

Hemos llamado $\vec{T}_1$ y $-\vec{T}'_1$ a las tensiones que la cuerda ejerce sobre los cuerpos I y II, a falta de información, pero veamos si guardan alguna relación entre sí.

Si consideramos un pequeño trocito de cuerda, ella, como un cuerpo más del conjunto, estará sometida a las reacciones de los cuerpos I y II.

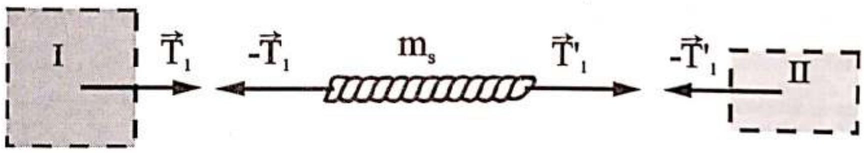


Fig. 1.16: Esquema de la interacción de la soga con los cuerpos I y II.

Luego, se cumple, para ese trozo que se mueve junto con el sistema de cuerpos

$$\Sigma F_x = m\, a_x$$

$$|\vec{T}'_1| - |\vec{T}_1| = m\, a_x$$

Pero idealizamos la soga y supusimos $m = 0$, por lo cual

$$|\vec{T}'_1| - |\vec{T}_1| = 0 \;\Rightarrow\; |\vec{T}'_1| = |\vec{T}_1|$$

La soga de masa nula sólo **transmite fuerzas** de un cuerpo a otro, ella no es un cuerpo dentro del sistema. Si realizamos las sumas de las fuerzas para cada cuerpo, sabiendo que todos los cuerpos tienen la misma acaleración (módulo):

Cuerpo I:

$$\Sigma F_x \;\Rightarrow\; |\vec{T}_1| = m_1\, a \qquad \textbf{(1)}$$

$$\Sigma F_y \;\Rightarrow\; |\vec{N}_1| - |\vec{P}_1| = 0 \;\Rightarrow\; |\vec{N}_1| = |\vec{P}_1|$$

Cuerpo II:

$$\Sigma F_x \Rightarrow |\vec{T}_2| - |\vec{T}_1| = m_2\, a \qquad \textbf{(2)}$$

$$\Sigma F_y \Rightarrow |\vec{N}_2| - |\vec{P}_2| = 0 \;\Rightarrow |\vec{N}_2| = |\vec{P}_2|$$

Las ecuaciones (1) y (2) constituyen un sistema de dos ecuaciones con dos incognitas, **a** y $|\vec{T}_1|$, considerando que $|\vec{T}_2|$ es la fuerza exterior que se ejerce sobre el sistema, dato del problema.

Escaneado con CamScanner

Ejemplo 1.6:

En este caso, es necesario resolver el sistema de ecuaciones, puesto que ninguna de ellas por separado es resoluble.

(1) $|\vec{T}_1| = m_1\ a$

(2) $|\vec{T}_2| - |\vec{T}_1| = m_2\ a$

Reemplazando (1) en (2):

$$|\vec{T}_2| - m_1\ a = m_2\ a$$

$$\boxed{a = \frac{|\vec{T}_2|}{m_1 + m_2}}$$

O sea que habríamos abreviado el cálculo si en vez de desvinculalar cada cuerpo hubiésemos considerado un único bloque de masa ($m_1 + m_2$) bajo la acción de $|\vec{T}_2|$ (ejercida por la mano) con lo cual el problema se reduce al anterior.

La ventaja de haber estudiado cada cuerpo por separado en vez de aplicar el cálculo al conjunto de ambos es que hemos puesto en evidencia a las **fuerzas de vínculo** $\vec{N}$ y $\vec{T}_1$; además podemos calcular sus módulos, en este caso $|\vec{N}|$ y $|\vec{T}_1|$ respectivamente.

Si reemplazamos el valor obtenido para a en (1):

$$\boxed{|\vec{T}_1| = \frac{m_1}{m_1 + m_2}|\vec{T}_2|}$$

Vemos que la fuerza que acelera al cuerpo de la izquierda tiene una intensidad igual a una fracción de la intensidad de la fuerza que hace la mano. Sin embargo esto no nos autoriza a creer que la mano hace parte de la fuerza sobre II y parte sobre I. En este tratamiento la mano hace **toda** la fuerza $\vec{T}_2$ sobre el cuerpo II; ahora bien, aparece una fuerza $\vec{T}_1$ sobre II, y una $\vec{T}'_1$ sobre el I. Si se tratara de un tren que tiene vagones enganchados y que rueda sobre rieles, esos datos serían de suma importancia, a fin de dimensionar las piezas involucradas y elegir el material adecuado para construírlas.

Le proponemos que resuelva Ud. los siguientes casos:

1 - Calcular la aceleración (dirección y módulo) del sistema y las tensiones en cada una de las cuerdas (**Fig. 1.17**).

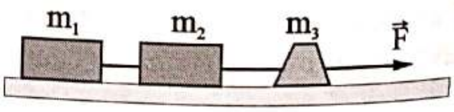


Fig. 1.17: Tres cuerpos.

2 - Calcular la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda (**Fig. 1.18**).

Una ayuda: siga la misma rutina que para los problemas anteriores; considere que el sistema de referencia es arbitrario y puede ser distinto para ambos cuerpos (tenga cuidado de plantear las ecuaciones dinámicas coherentes con los sistemas de referencia).

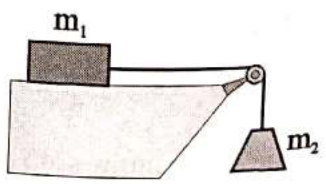


Fig. 1.18: Dos cuerpos moviéndose en distintas direcciones.

Tome en cuenta que la polea, también idealizada, no posee masa y su única función es desviar el movimiento.

Escaneado con CamScanner

Veamos ahora otro caso:

Ejemplo 1.7:

Un cuerpo se desliza por un plano inclinado sin rozamiento. Calcular su aceleración.

Hay dos interacciones: la Tierra, que le ejerce una fuerza siempre dirigida hacia su centro, y el plano de contacto, que le ejerce una fuerza normal, $\vec{N}$, que en este caso no coincide en dirección con el peso $\vec{P}$.

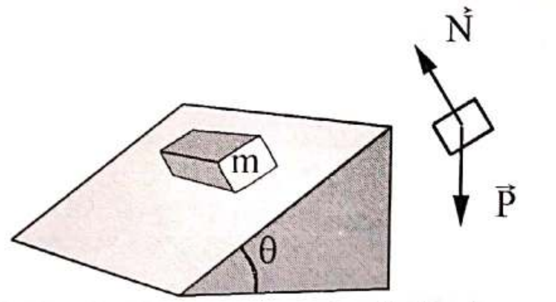


Fig. 1.19: Un cuerpo en un plano inclinado.

En este caso tenemos dos opciones válidas para elegir un sistema de referencia: el mismo que antes, en cuyo caso el cuerpo que se mueve a lo largo del plano (sin despegarse) tendrá una aceleración con componentes a_x y a_y, ambas no nulas, o bien un sistema con su eje x paralelo al plano, en cuyo caso la aceleración tendrá sólo componente a_x.

Por simplicidad elegimos este último.

En este caso, la fuerza $\vec{P}$ tendrá dos componentes no nulas P_x y P_y. Si aplicamos la segunda ley:

$$\Sigma\vec{F} = m\,\vec{a}$$

$$\Sigma F_x = m\,a_x \quad y \quad \Sigma F_y = m\,a_y$$

$$\Sigma F_x \Rightarrow |\vec{P}|\ \text{sen}\ \theta = m\,a \qquad (1)$$

$$\Sigma F_y \Rightarrow |\vec{N}| - |\vec{P}|\cos\theta = 0 \qquad (2)$$

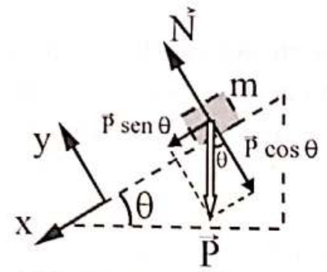


Fig. 1.20: Diagrama del cuerpo libre.

De (1) obtenemos

$$a = \frac{m\,|\vec{g}|}{m}\ \text{sen}\ \theta$$

$$\boxed{a = |\vec{g}|\ \text{sen}\ \theta}$$

¡La aceleración de un cuerpo que desliza sobre un plano inclinado no depende de la masa! (Es como una caída libre más lenta; Galileo trabajó con el plano inclinado para disminuir la aceleración y poder medir los tiempos de caída).

Como casos extremos,

para $\theta = 0 \Rightarrow a = |\vec{g}|\ \text{sen}\ 0° = 0$ (reposo o $\vec{v}$ = cte., plano horizontal)

para $\theta = 90°$ $a = |\vec{g}|\ \text{sen}\ 90° = |\vec{g}|$ (caída libre, no hay plano)

De (2) obtenemos $|\vec{N}| = |\vec{P}|\cos\theta$

¡Atención! La fuerza perpendicular que ejerce el plano depende de la acción que sobre él se ejerce; $|\vec{N}|$ **no es siempre igual a** $|\vec{P}|$, puesto que es la respuesta del plano a la totalidad de fuerzas normales que se ejercen sobre el cuerpo.

Escaneado con CamScanner

Le proponemos que resuelva el siguiente caso:

Calcule la aceleración del sistema formado por los cuerpos de masas m_1 y m_2, así como la tensión de la cuerda que los une.

$m_1 = 10$ kg

$m_2 = 30$ kg

$\theta = 30°$

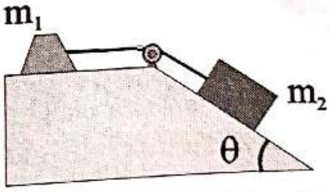


Fig. 1.21: Un cuerpo en el plano horizontal y el otro en un plano inclinado.

1.4.2 DINAMICA EN LOS MOVIMIENTOS CURVILINEOS

En la Unidad 1, Capítulo 6 se describió el movimiento circular uniforme (M.C.U.), en el cual la dirección del vector aceleración no coincide con la del vector velocidad. Y en Capítulo 7 se expresaron las componentes intrínsecas de la aceleración, que como vimos tiene, respectivamente, una componente tangencial al desplazamiento ($\vec{a}_T$), relacionada con la variación del módulo del vector velocidad tangencial, y una componente normal ($\vec{a}_N$) en la que se expresa el cambio de la dirección del movimiento del cuerpo.

La componente de la aceleración, normal al desplazamiento en estos movimientos no rectilíneos se la denomina aceleración centrípeta como ya hemos visto ($\vec{a}_c$). En el M.C.U., la $\vec{a}_c$ es la única componente de la aceleración existente y está siempre dirigida hacia el centro de la trayectoria, en razón de que el módulo del vector velocidad tangencial se mantiene constante.

De acuerdo a la segunda ley de Newton, la presencia de una aceleración -centrípeta en este caso- debe ser consecuencia de la acción de una fuerza. Esta se conoce como fuerza centrípeta ($\vec{F}_c$) de forma tal que

$$\vec{F}_c = m\,\vec{a}_c$$

Estamos ahora en condiciones de repetir argumentos ya expuestos en cinemática de manera intuitivamente más comprensible y de acuerdo a los principios fundamentales de la dinámica: si la fuerza que actúa sobre un móvil es normal a su vector velocidad tangencial en todocial permanece constante.

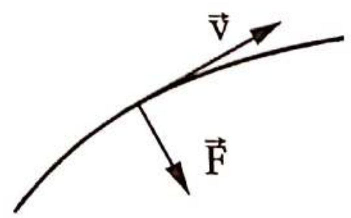


Fig. 1.22: $\vec{F}$ y $\vec{v}$

El efecto de $\vec{F}_c$ es entonces modificar la dirección de movimiento del cuerpo, o sea $\vec{v}$, pero no el módulo de $\vec{v}$; la $\vec{F}_c$ es por lo tanto una fuerza deflectora. Si el módulo de la fuerza centrípeta no cambia, también permanece constante el módulo de la aceleración centrípeta, lo que indica que la dirección del vector velocidad tangencial sufra cambios iguales en intervalos de tiempo iguales, con lo que resulta una trayectoria circular.

Escaneado con CamScanner

Otra forma de ver la existencia de la fuerza centrípeta es la siguiente: Supongamos tener una piedra atada al extremo de un hilo que hacemos girar sobre un plano horizontal (**Fig. 1.23**). Si al pasar por el punto A de la trayectoria circular se corta el hilo, ¿cuál es el movimiento posterior de la piedra?

La experiencia indica que no sigue describiendo una circunferencia ni es disparada radialmente, sino que continúa con el movmiento que tenía en el momento de romperse el vínculo, o sea con $\vec{v}_A$. ¿Qué es lo que diferencia la situación previa al momento en que el cuerpo llega a A, cuando éste describía un movimiento circular, y la posterior, en la que se desplaza rectilíneamente? Sólo la existencia de un vínculo (hilo) a través del cual actuaba sobre la piedra una fuerza (tensión del hilo) normal a la trayectoria y dirigida hacia su centro, cuyo efecto era modificar punto a punto la dirección del vector velocidad de forma tal que el movimiento resultaba una circunferencia. Esta es la fuerza centrípeta. Al romperse el hilo, o sea al desaparecer el vínculo y por lo tanto la fuerza centrípeta, el móvil conserva su vector velocidad -como lo afirma la primera ley de Newton- desplazándose sobre un camino rectilíneo a velocidad constante (en nuestro caso $\vec{v}_A$).

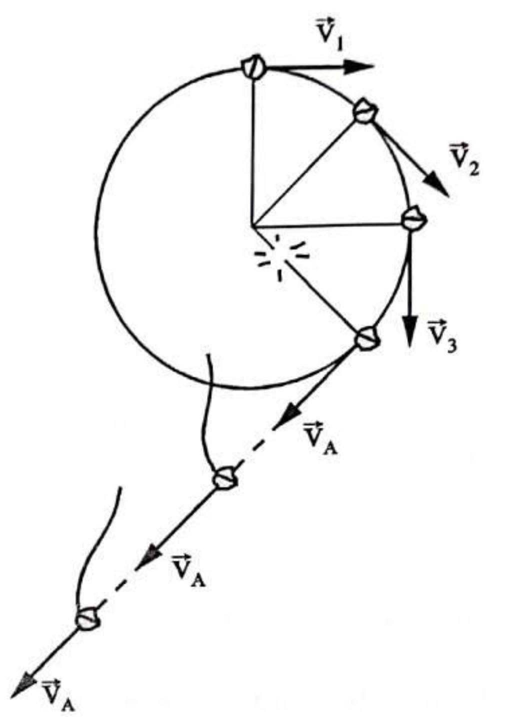


Fig. 1.23: Piedra girando en un plano horizontal.

En la caracterización anterior no se tuvo en cuenta el efecto de otras fuerzas: peso, rozamiento, etc., ya que lo que se quería era analizar solamente la existencia de de $\vec{F}_c$.

En resumen, siempre que un cuerpo describe una trayectoria no recta, esto se debe a la acción de una fuerza que tiene componente normal al desplazamiento. Esta componente es llamada fuerza centrípeta (**Fig. 1.24**).

En el caso de un movimiento circular uniforme, la $\vec{F}_c$ es la única fuerza existente y su valor es constante. ¿Qué ejemplos de este tipo de movimiento tenemos en la vida diaria? y ¿cómo se ejerce en ellos la fuerza centrípeta?.

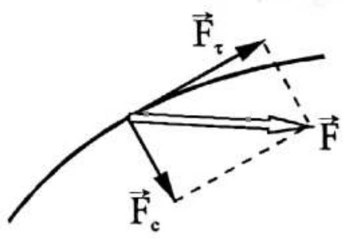


Fig. 1.24: Fuerza centrípeta.

Veamos los siguientes ejemplos:

a) La piedra girando atada al extremo de un hilo que ya mencionamos. La tensión del hilo no es otra cosa que la $\vec{F}_c$.

Escaneado con CamScanner

b) El tambor de un lavarropas; en el proceso conocido como centrifugado, (ver **Fig. 1.25**) las paredes del tambor constituyen un vínculo para la ropa pero no para el agua, por lo tanto ejercen una fuerza sobre la primera que la hace mover en círculos, mientras que la segunda escapa por los agujeros y se aleja tangencialmente, siendo recogida por el recipiente que envuelve al tambor.

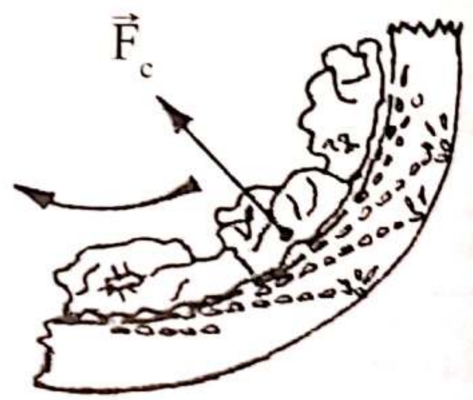


Fig. 1.25: Tambor de lavarropas.

El mismo efecto se conseguiría si se coloca la ropa en una criba o colador, y se acelera todo en línea recta. Pero habría que ir muy lejos a recuperar la ropa escurrida.

El tambor, actuando como vínculo, ejerce la $\vec{F}_c$ que obliga a la ropa a describir un movimiento circular.

c) La Luna o un satélite artificial que orbita la Tierra, o esta última en un giro alrededor del Sol. La F_c no es otra que la atracción gravitatoria, actuando entre la Luna o el satélite artificial y la Tierra, o entre la Tierra y el Sol.

En todos estos casos, y de acuerdo a lo visto en cinemática,

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad \text{por lo cual} \quad F_c = m\,a_c = m\frac{v^2}{r} = m\,\omega^2 r$$

donde las magnitudes vectoriales están expresadas en módulo.

Habrá notado usted que no nos hemos referido en ningún momento a fuerzas centrífugas (sólo hemos mencionado a la centrípeta). Quizá ello cause extrañeza, puesto que en el lenguaje ordinario ocurre lo contrario: no se habla de centripeteadoras. Pues la verdad es que aunque esto contradiga nuestra intuición, la fuerza centrífuga no existe, porque no hay aceleraciones centrífugas, y $\vec{F} = m\vec{a}$. En contextos muy especiales, sin embargo, sí se habla en física de la fuerza centrífuga, pero se trata de casos más complejos de movimientos que se estudian desde sistemas de referencia no inerciales (Ver Capítulo 3).

Escaneado con CamScanner