CAPITULO 3 MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE VARIADO

3.1 ECUACION HORARIA

Consideremos nuevamente el caso de un movimiento que ocurre en una recta, por ejemplo el eje x. podemos definir entonces al Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado como aquél en el cual la aceleración media es constante, es decir, no depende del intervalo de tiempo Δt considerado y en consecuencia es igual a la aceleración instantánea en todo instante. Entonces tendremos:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t) - v_0}{t - t_0}$$

de donde puede despejarse la velocidad en función del tiempo:

$$v(t) = v_0 + a\,(t - t_0) \qquad (1)$$

Esta es la expresión más general de la velocidad en un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado, donde la aceleración a es constante. Si representamos gráficamente la aceleración como función del tiempo, a = a(t) es una recta con pendiente nula.

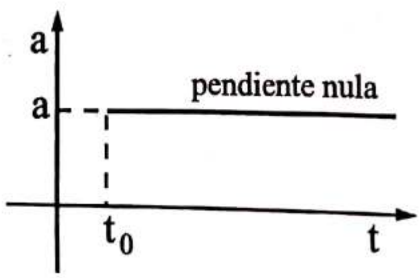

Fig. 3.1: Gráfico de a = a(t).

También podemos graficar la velocidad como función del tiempo, v(t), en el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado, representada por la expresión (1). El Gráfico de v = v(t) es una recta con pendiente igual al valor de la aceleración constante a.

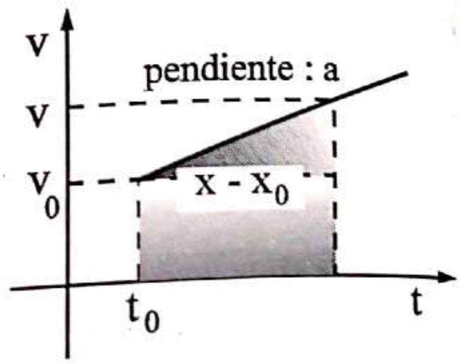

Fig. 3.2: Gráfico de v = v(t).

El desplazamiento en el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado, definido por $x - x_0$, podemos hallarlo a partir del cálculo del área encerrada por la recta $v = v_0 + a\,(t - t_0)$ y el eje del tiempo.

El área sombreada en la figura la calculamos como la suma de un rectángulo de base $\Delta t = t - t_0$ y altura v_0, y un triángulo de la misma base y altura $v - v_0$. Entonces, como hicimos en el caso del Movimiento Rectilíneo Uniforme podemos escribir:

$$\Delta x = [\text{Area}] = v_0 \Delta t + \tfrac{1}{2}(v - v_0)\,\Delta t$$

usando la expresión (1)

$$v - v_0 = a\,\Delta t$$

y reemplazando en la anterior obtenemos:

$$\Delta x = v_0\,\Delta t + \tfrac{1}{2}\,a\,(\Delta t)^2$$

Donde $\Delta x = x - x_0$, $\Delta t = t - t_0$; resultando finalmente:

$$x(t) = x_0 + v_0 (t - t_0) + \tfrac{1}{2}\,a\,(t - t_0)^2 \qquad (2)$$

La expresión (2) es la ***ecuación horaria*** del Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado, y representa la ecuación de una parábola, la **Fig. 3.3** muestra dos cualesquiera, para diferentes combinaciones entre x_0, v_0, a.

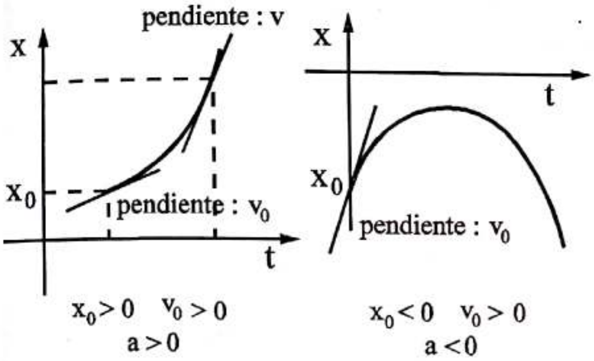

Fig. 3.3: Gráficos de $x = x(t)$.

Debemos hacer algunas consideraciones sobre los signos positivo o negativo de las pendientes de las rectas v(t) que representan las velocidades en función del tiempo en el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado y además sobre las partes de esas rectas que están por encima y por debajo del eje de los tiempos.

En el gráfico siguiente, el móvil describe un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado con aceleración positiva.

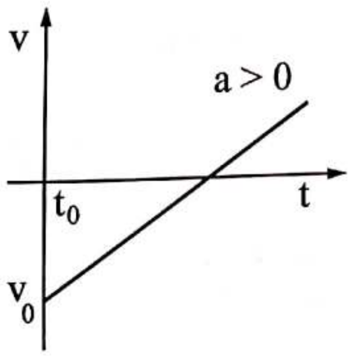

Fig. 3.4: Gráfico de $v = v(t)$, donde $a > 0$.

Entre t_0 y t_1, la velocidad (en valor absoluto) ***disminuye***, mientras que para $t > t_1$ ***aumenta***. En este caso podemos decir que, entre t_0 y t_1, el movimiento es retardado, mientras que, a partir de t_1 es acelerado.

En cambio en el otro gráfico el móvil describe un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado con aceleración negativa.

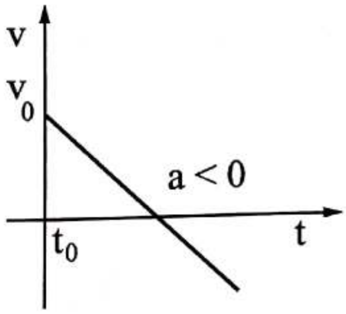

Fig 3.5: Gráfico de $v = v(t)$, donde $a < 0$.

Entre t_0 y t_1 la velocidad ***disminuye***, mientras que para $t > t_1$ (en valor absoluto) ***aumenta***. En este caso podemos decir que, entre t_0 y t_1 el movimiento es retardado, mientras que a partir de t_1 es acelerado.

En consecuencia para saber si un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado es acelerado o retardado ***no alcanza*** con saber si la aceleración es positiva o negativa.

En lo que sigue nos dedicaremos a resolver algunos ejemplos; creemos conveniente entonces resumir las expresiones generales de la ecuación horaria, la velocidad y la aceleración en un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado:

$$x(t) = x_0 + v_0 (t - t_0) + \tfrac{1}{2} a (t - t_0)^2$$

$$v(t) = v_0 + a (t - t_0)$$

$$a(t) = a = \text{constante}$$

En estas ecuaciones los signos de x_0, v_0, a, deben ser cuidadosamente determinados en cada caso de acuerdo al origen y el sentido elegidos para el eje x. Si se elige el instante inicial en forma coincidente con el origen de tiempos se puede reemplazar $(t - t_0)$ por t, y se simplifican las ecuaciones.

Ejemplo 3.1:

Supongamos que queremos calcular la velocidad de una partícula que está acelerada uniformemente con $a = 0{,}01\ m/s^2$, después de un intervalo de media hora, si tenía una velocidad de 10 km/h al comenzar dicho intervalo.

Vamos a trabajar en m y en s. Convertimos entonces los datos del intervalo y el de la velocidad inicial a estas unidades:

$$t = \tfrac{1}{2}\ \text{hora} = 0{,}5\ h = 1800\ s$$

$$v_0 = 10\ km/h = 10\ km/h\ \frac{1000\ m/km}{3600\ s/h}$$

$$v_0 = 2{,}77\ m/s$$

Sabemos que para un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

$$v(t) = v_0 + a\ (t - t_0) = v_0 + a\ t$$

y reemplazando los valores obtenidos

$$v(t) = 2{,}77\ m/s + 0{,}01\ m/s^2\ 1800\ s$$

$$\boxed{v(t) = 20{,}77\ m/s}$$

Ejemplo 3.2:

Para poder despegar, un Jumbo 747 tiene que alcanzar una velocidad de por lo menos 360 km/h. Suponiendo que el recorrido de la pista de 1,8 km se hace con aceleración constante, ¿cuál es la aceleración mínima que necesita si parte del reposo?

Vamos a considerar un sistema de referencia como indicamos en la **Fig. 3.6**, elegimos el eje x coincidente con la pista; nuestro origen de coordenadas lo fijamos en el punto de partida, y como sentido positivo adoptamos el del movimiento del Jumbo.

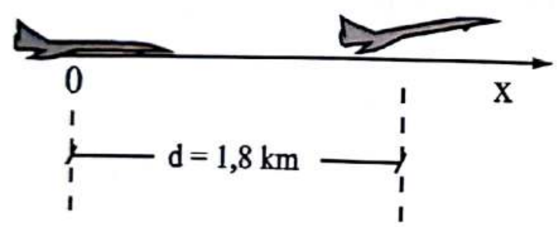

Fig 3.6: Jumbo 747, sistema de referencia elegido.

Además, medimos el tiempo a partir del instante de partida. La ecuación que describe el movimiento del avión es de la forma

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}\ a\ t^2$$

Pero por nuestra elección del sistema de coordenadas, $x(t = 0) = x_0 = 0$; y como parte del reposo, $v(t = 0) = v_0 = 0$. En consecuencia:

$$x(t) = \tfrac{1}{2}\ a\ t^2$$

$$v(t) = a\ t$$

Llamemos d al recorrido del avión antes de despegar y t_d al tiempo que tarda en recorrerlo; de las ecuaciones anteriores:

$$x(t_d) = d = \tfrac{1}{2}\ a\ t_d^2 \qquad v(t_d) = v_d = a\ t_d$$

Si despejamos t_d de la segunda ecuación y reemplazamos en la primera, obtenemos:

$$d = \tfrac{1}{2}\ v_d^2 / a \ \Rightarrow\ v_d = \sqrt{2\,a\,d}$$

Ahora bien, sabemos que $v_d \geq 360$ km/h; por lo tanto

$$(2\ a\ d)^{1/2} \geq 360\ km/h \Rightarrow 2\ a\ d \geq (360\ km/h)^2$$

y entonces: $a \geq \tfrac{1}{2}\ 1/d\ (360\ km/h)^2$

$$a \geq \frac{(360\ km/h)^2}{(2\ 1{,}8\ km)}$$

$$a \geq 36000\ km/h^2 = 36000\ \frac{(1000\ m)}{(3600\ s)^2}$$

$$a \geq 2{,}777\ m/s^2$$

y por lo tanto la aceleración mínima será de $2{,}777\ m/s^2$, más de la cuarta parte de la aceleración de la gravedad terrestre.

Ejemplo 3.3:

Analicemos el movimiento de un cuerpo cuyo gráfico de velocidad en función del tiempo podemos ver en la **Fig. 3.7**.

Podemos dividirlo en dos intervalos, desde 0 hasta 2s y desde 2s hasta 4s. En el primer intervalo el cuerpo se mueve uniformemente con una velocidad de 4 m/s.

A partir de los 2s, el móvil disminuye su velocidad acelerándose a razón de

$$[0 - 4(m/s)] / 2\ s = -2\ m/s^2$$

hasta detenerse a los 4 s.

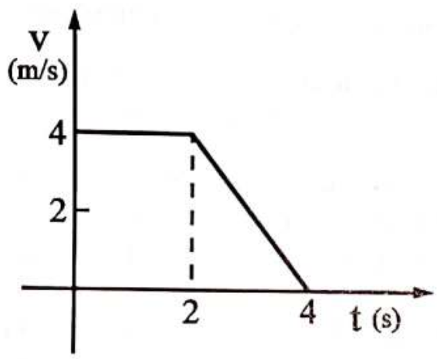

Fig 3.7: Gráfico de v = v(t).

Un gráfico de la aceleración del móvil sería:

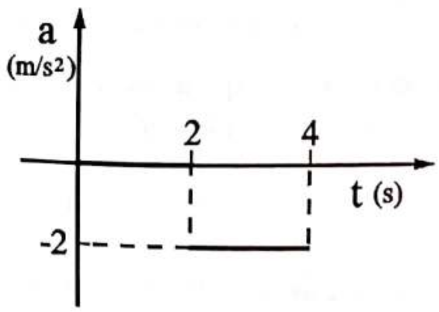

Fig 3.8: Gráfico de a = a(t).

Queremos ahora encontrar el desplazamiento del cuerpo a los 4 s. Como vimos, está representado por el área encerrada bajo la curva del gráfico v = v(t) y el eje del tiempo. Entonces:

[Area]1 = base x altura = 2 s 4 m/s = 8 m

[Area]2 = base x altura/2 = 2 s 4 m/s 1/2 = 4 m

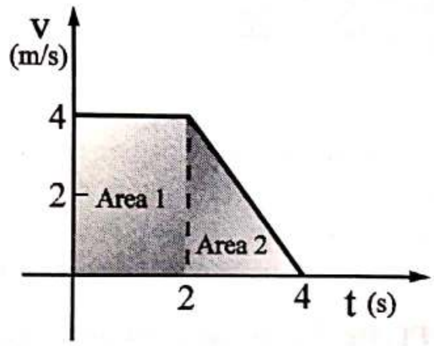

Fig. 3.9: Gráfico v = v(t).

y, por lo tanto, $\Delta x = 12$ m.

Si el móvil está en la posición $x_0 = 2$ m en $t_0 = 0$ se tendrán las ecuaciones de movimiento

$$0 \le t < 2\ s \qquad \begin{aligned} a(t) &= 0 \\ v(t) &= 4\ m/s \\ x(t) &= 2\ m + 4\ m/s\ t \end{aligned}$$

que corresponden a un Movimiento Rectilíneo Uniforme. En el segundo intervalo:

$$a(t) = -2\ m/s^2$$

$$2 \le t \le 4\ s \qquad v(t) = 4\ m/s - 2\ m/s^2 (t - 2\ s)$$

$$x(t) = 10\ m + 4\ m/s\ (t - 2\ s) - ½\ 2\ m/s^2\ (t - 2\ s)^2$$

que corresponden a un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado.

La gráfica de x = x(t) será:

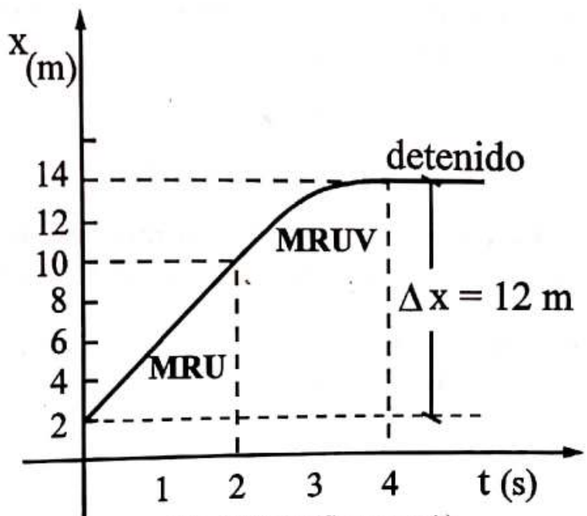

Fig 3.10: Gráfico x = x(t).

3.2 ENCUENTROS

Analicemos el siguiente ejemplo:

Ejemplo 3.4:

En el momento en que se enciende la luz verde de un semáforo, arranca un automóvil con una aceleración constante de 3 m/s^2. Justo en ese instante, un camión que lleva una velocidad constante de 15 m/s alcanza y rebasa al automóvil. En dicho momento ambos vehículos se encuentran en el mismo lugar.

a) Plantee las ecuaciones horarias de cada móvil.

b) ¿Cuánto tiempo tardará el automóvil en alcanzar al camión?

c) ¿A qué distancia del semáforo alcanzará el automóvil al camión?

d) ¿A qué velocidad irá el automóvil en el momento de alcanzar al camión?

e) ¿Deben ser iguales las velocidades de ambos vehículos cuando se encuentran?

f) Determine gráficamente en forma cualitativa las soluciones de las preguntas b) y c), mediante la representación de la posición en función del tiempo de cada vehículo.

Para resolver el problema planteado debemos elegir primero un sistema de referencia adecuado. Tomemos por conveniencia como origen del sistema de referencia al semáforo. Por otra parte, los movimientos de ambos móviles son rectilíneos y horizontales con lo cual nos resulta apropiado elegir el eje x horizontal para describirlos.

a) Planteamos entonces las ecuaciones horarias para cada móvil. Si adoptamos el instante inicial $t_0 = 0$, entonces:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a\ t^2$$

El automóvil tiene un movimiento uniformemente variado, arranca desde el semáforo (origen de nuestro sistema de referencia) con $x_{0a} = 0$, en reposo, es decir, $v_{0a} = 0$, y con una aceleración constante $a_a = 3\ m/s^2$; por lo tanto:

$$x_a(t) = 0 + 0\ t + \frac{1}{2}.3\ m/s^2 t^2$$

$$x_a(t) = 3/2\ m/s^2\ t^2$$

En cambio, el camión se mueve con un movimiento uniforme con velocidad constante igual a su velocidad inicial $v_{0c} = 15$ m/s, su aceleración (por ser constante su velocidad) es cero y en el instante inicial $t_0 = 0$ también pasa por el semáforo, es decir $x_{0c} = 0$; entonces

$$x_c(t) = 0 + 15\ m/s\ t + \frac{1}{2}\ 0\ t^2$$

$$x_c(t) = 15\ m/s\ t$$

b) Ahora, para hallar cuánto tiempo tardará el automóvil en alcanzar al camión, debemos imponer la condición de encuentro de ambos móviles, es decir:

$$x_a(t_e) = x_c(t_e)$$

$$3/2\ m/s^2\ t_e^2 = 15\ m/s\ t_e$$

y ahora debemos despejar de la igualdad anterior t_e. Podemos simplificar:

$$3/2\ m/s^2\ t_e^2 - 15\ m/s\ t_e = 0\ ,$$

$$t_e(3/2\ m/s^2\ t_e - 15\ m/s) = 0$$

$$\therefore\ t_e = 0 \quad ó \quad t_e = \frac{15\ m/s}{3/2\ m/s^2}$$

tal que:

$$\boxed{t_e = 10\ s}$$

Ejemplo 3.4:

Es decir, que el automóvil tardó 10 segundos en encontrarse nuevamente con el camión. ¿Por qué decimos «nuevamente»? Porque la ecuación tiene dos soluciones: una es $t_e = 10$ s, y la otra $t_e = 0$ s (ya lo sabíamos a priori, puesto que para ese tiempo ambos móviles se encontraron por primera vez en el semáforo: $x_{0a} = x_{0c} = 0$ m).

Continuemos con la resolución del problema. La pregunta **c)** nos pide a qué distancia del semáforo alcanzará el automóvil al camión. Ya que conocemos t_e podemos remplazar sea en (1) o en (2), da lo mismo, ya que impusimos la condición de encuentro en (3). Entonces, por ejemplo:

$$x_a(t_e) = 3/2\ \text{m/s}^2(10\ \text{s})^2 = 3/2\ \text{m/s}^2\ 100\ \text{s}^2$$

$$x_a(t_e) = 150\ \text{m, o bien}$$

$$x_c(t_e) = 15\ \text{m/s}\ 10\ \text{s}$$

$$\boxed{x_c(t_e) = 150\ \text{m}}$$

d) ¿Cuál es la velocidad del automóvil en el momento de alcanzar al camión?

En $t = t_e = 10$s,

$$v_a(t) = v_{0a} + a_a t$$

y como $v_{0a} = 0$, entonces

$$v_a(t_e) = 0 + 3\ \text{m/s}^2 10\ \text{s}$$

$$v_a(t_e) = 30\ \text{m/s}$$

e) ¿Deben ser iguales las velocidades de los vehículos en un encuentro?

No, las velocidades de los vehículos en un encuentro no tienen por qué ser iguales; pueden serlo, o no, como en este caso. La condición de encuentro es que las posiciones de los móviles sean iguales en un instante dado, sin que se imponga condición alguna sobre las velocidades, ni sobre las aceleraciones.

f) Para determinar gráficamente la solución a un problema de encuentro debemos representar las ecuaciones horarias de ambos móviles y el punto de cruce de las gráficas es donde se cumple la condición de encuentro:

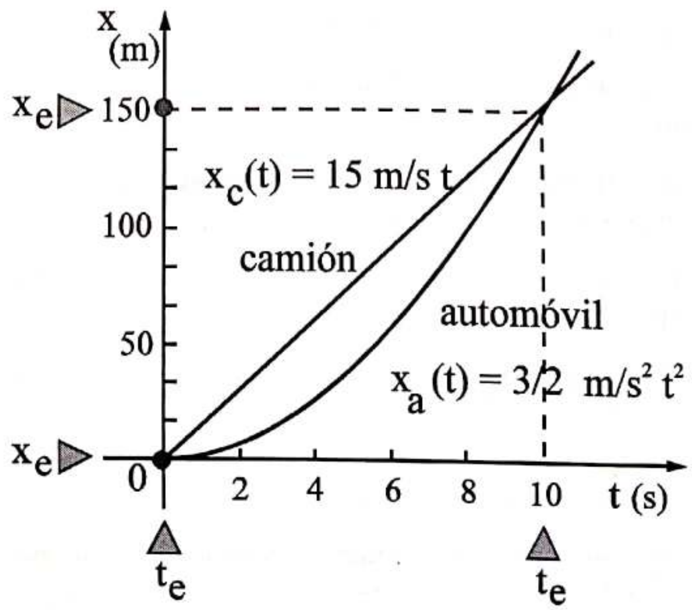

Fig. 3.11: Gráfico de las ecuaciones horarias de ambos móviles.

3.3 MOVIMIENTOS RECTILINEOS EN LAS PROXIMIDADES DE LA TIERRA

3.3.1 CAIDA DE LOS CUERPOS

Un ejemplo cotidiano de movimiento con aceleración constante es el de un cuerpo que cae hacia la Tierra. Se observa experimentalmente que si no hay resistencia del aire, todos los cuerpos, independientemente de su peso, tamaño y forma caen con la misma aceleración en la misma región de la superficie terrestre. Asimismo, si la distancia recorrida no es demasiado grande comparada con el radio de la Tierra, dicha aceleración es constante. Este movimiento en el cual despreciamos la resistencia del aire y la pequeña variación con la altura lo llamaremos caída libre. De igual manera estas condiciones las supondremos válidas al lanzar un cuerpo desde la superficie hacia arriba; en este caso hablaremos de un tiro vertical.

Tanto en la caída libre como en el tiro vertical, que en realidad son casos particulares de Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado, esta aceleración debida a la gravedad la llamaremos g . Su valor cerca de la superficie de nuestro planeta es 9,8 m/s² aproximadamente y se dirige hacia su centro* *. Veremos que esto también es válido para movimientos bidimensionales que usualmente se denominan «tiro oblícuo» y que estudiaremos en el capítulo 5, pero en ese caso no se tratará de Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado; sus trayectorias no serán rectas, sino parábolas.

El movimiento de caída libre es en algunos casos muy semejante al movimiento de caída real de los cuerpos. Es común en Física plantear ciertas aproximaciones razonables que nos permitan resolver el problema más fácilmente. Nos queda claro que si estamos estudiando la caída de una hoja de papel, despreciar la resistencia del aire no será una buena aproximación. Sin embargo pensemos qué sucedería si hacemos con el papel un bollo. En algunos casos, podríamos comprobar que la aproximación es bastante buena.

Es importante tener presente cuáles son las condiciones que se deben cumplir para tal o cual aproximación. Por ejemplo, si la aproximación de caída libre se cumpliera en cualquier condición. ¡Pobres paracaidistas!

En la sección siguiente veremos con más detalle los efectos de la resistencia del aire en la caída libre.

Uno de los errores más frecuentes y casi inevitables es le error en el signo de la aceleración. Intentemos aclarar esto:

Todo el problema consiste en saber si el valor de g que aparece en las ecuaciones es positivo o puede, en cambio, ser positivo o negativo.

Si se adopta la definición de que $\vec{g}$ es el módulo de del vector $\vec{g}$, como en muchos libros, naturalmente que será positivo, como todo módulo diferente de cero.

Si en cambio se acepta que g es la componente según el eje y del vector $\vec{g}$ (más precisamente debería llamarsela g_y), entonces g podría ser positiva o negativa, según cómo esté orientado el eje.

Lo importante es que, después de adoptar una u otra convención, el signo quede de acuerdo con lo que realmente sucede en ese movimiento.

En lo que sigue hemos intentado evitar poner g «a secas» y en cambio escribiremos $|\vec{g}|$, $-|\vec{g}|$, a_y, g_y, etc., pues se prestan menos a confución.

**En nuestros cursos usaremos casi siempre* $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$ *para abreviar cuentas. Si no hacemos siempre es sólo para destacar que el módulo de* $\vec{g}$ *es un valor experimental.*

Ejemplo 3.5:

Caída libre

¿Qué velocidad tenía la manzana al pegarle en la cabeza a Newton, si cayó libremente desde una altura de 3m?

Como siempre, elegimos un sistema de coordenadas, en este caso podemos tomar nuestro origen coincidente con la posición de partida, y orientar nuestro eje vertical hacia el suelo. Con esta elección y a partir del reposo, tendremos $y_0 = 0$, $v_0 = 0$; entonces

$$y(t) = \frac{1}{2}|\vec{g}|\ t^2$$

$$v(t) = |\vec{g}|\ t$$

Sea t_c el tiempo que tarda la manzana en caer libremente hasta la cabeza, recorriendo la distancia h. Tendremos entonces:

$$h = \frac{1}{2}|\vec{g}|\ t_c^2 \qquad (1)$$

y la correspondiente velocidad final de la manzana:

$$v(t_c) = v_f = |\vec{g}|\ t_c$$

Despejamos t_c de la primera ecuación, reemplazamos en la segunda y nos queda:

$$v_f = \sqrt{2|\vec{g}|h}$$

que en este caso resulta ser:

$$v_f = \sqrt{2\ 10\,m/s^2\ 3\,m} = 7{,}75\,m/s$$

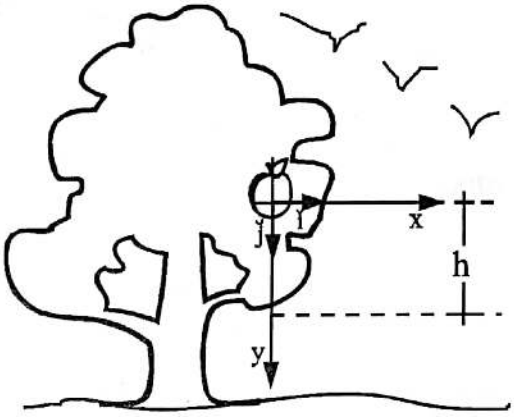

Fig. 3.12: Caída de la manzana.

Es interesante notar la analogía de este problema con el ejemplo del Jumbo 747. A pesar de las diferencias de las situaciones planeadas, las ecuaciones que se utilizan son esencialmente las mismas, debido a que ambos son casos de movimientos uniformemente acelerados, para el Jumbo, $a = 2{,}77\ m/s^2$ mientras que en este problema $a = |\vec{g}| = 10\ m/s^2$.

Ejemplo 3.6:

Tiro vertical

Consideremos el siguiente problema: un muchacho lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial, $v_0 = 30\ m/s$.

a) ¿Cuánto tiempo tardará la pelota en alcanzar la altura máxima?

Ante todo nos conviene elegir un sistema de referencia apropiado para describir el movimiento de la pelota, que será rectilíneo. Tomemos, arbitrariamente, un sistema que esté fijo a la Tierra y adoptemos el sentido positivo del eje vertical (paralelo a la trayectoria) hacia arriba. En consecuencia, la aceleración de la gravedad g será un vector con dirección vertical y sentido dirigido hacia abajo (centro de la Tierra). La ecuación horaria obtenida para un movimiento rectilíneo uniformemente variado, como vimos anteriormente, es:

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a\ t^2$$

FÍSICA

Ejemplo 3.6:

además:

$$v(t) = v_0 + a\,t$$

En el punto más alto de la trayectoria la velocidad instantánea de la pelota es $v = 0$; además, sabemos que se lanzó con una velocidad inicial $v_0 = 30$ m/s y la aceleración es $a = -|\vec{g}|$ de acuerdo al sistema de referencia que hemos elegido; entonces, como:

$$v = v_0 - |\vec{g}|\ t$$

resulta:

$$t = \frac{(v_0 -, v)}{|\vec{g}|}$$

y, entonces:

$$t = \frac{(30\text{m/s} - 0\text{m/s})}{10\text{m/s}^2}$$

$$\boxed{t = 3\ \text{s}}$$

b) ¿Cuál será la altura máxima que alcanzará la pelota?

Como sabemos ahora que el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima es 3 segundos y conocemos la velocidad inicial con que fue lanzada usando la ecuación:

$$y = y_0 + v_0 t - \tfrac{1}{2}|\vec{g}|\ t^2$$

y tomando a la mano del muchacho como la posición inicial $y_0 = 0$ tenemos:

$$y_{máx} = 0\ \text{m} + 30\ \text{m/s}\ 3\ \text{s} - \tfrac{1}{2}\ 10\ \text{m/s}^2\ (3\ \text{s})^2$$

$$\boxed{y_{máx} = 45\ \text{m}}$$

c) ¿Qué velocidad instantánea tendrá la pelota al cabo de 1 segundo?

Para calcularla usamos nuevamente la ecuación $v = v_0 - |\vec{g}|\ t$ y reemplazando por los datos tendremos que:

$$v(t{=}1\text{s}) = 30\ \text{m/s} - 10\ \text{m/s}^2\ 1\ \text{s}$$

$$\boxed{v(t{=}1\text{s}) = 20\ \text{m/s}}$$

d) Dibuje cualitativamente los vectores velocidad instantánea y aceleración de la pelota al cabo de 1 segundo.

De acuerdo al sistema de referencia elegido, tendremos: (ver **Fig. 3.13**)

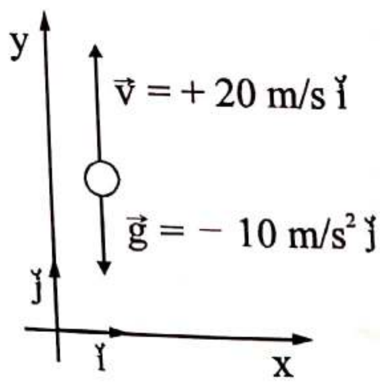

Fig. 3.13: Representación cualitativa de $\vec{v}$ y $\vec{g}$.

Nota: Frecuentemente los alumnos tienden a asociar el movimiento de caída libre o tiro vertical con el eje y. Debemos recalcar que la elección del sistema de coordenadas es totalmente arbitraria y bien podríamos haber elegido en nuestro ejemplo al eje x vertical. El hecho de utilizar usualmente x como eje horizontal e y vertical es una mera cuestión de convención.

3.4 INCLUSION DE LA RESISTENCIA DEL AIRE

Si tenemos en cuenta la resistencia del aire, la velocidad de un cuerpo que cae hacia la tierra está dada por la ecuación

$$v(t)=\sqrt{|\vec{g}|/k}\;\frac{e^{2\left(\sqrt{k|\vec{g}|}\right)t}-1}{e^{2\left(\sqrt{k|\vec{g}|}\right)t}+1}$$

donde *k* es una constante que depende de la masa y del tamaño del cuerpo.

Por ejemplo, para una piedra cuyo radio es 1 cm la constante *k* es aproximadamente 10^{-2} m^{-1}. En la **Fig. 3.14** hemos graficado v(t) para este caso.

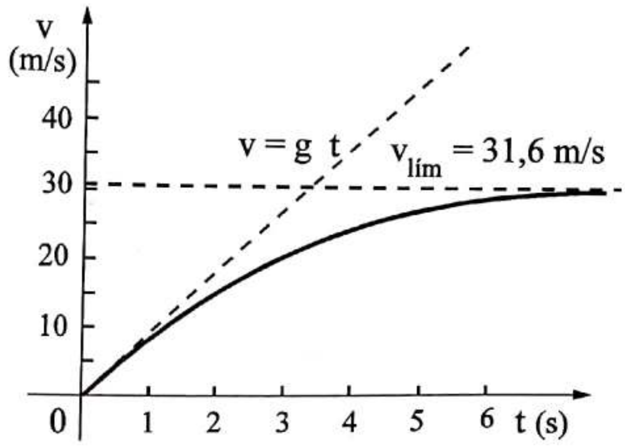

Fig. 3.14: Gráfico de v=v(t)

Podemos ver que para $t < 1/[2(k\,|\vec{g}|)^{1/2}] = 1,5$ s, resulta $v(t) \approx |\vec{g}|\,t$ que corresponde al caso de caída libre. Sin embargo, después de haber transcurido un lapso suficientemente largo, la acción de la gravedad es gradualmente compensada por la resistencia del aire y el cuerpo alcanza una velocidad constante $v_{lím} = (|\vec{g}|/k)^{1/2}$, llamada velocidad límite, que en nuestro caso es de 31,6 m/s.

La aproximación de caída libre que hemos estudiado, corresponde al caso en que la constante k es muy pequeña ($k \approx 0$), entonces $v(t) \approx |\vec{g}|\ t$.

Si hubiésemos dejado caer la piedra del ejemplo desde una altura de 10 m tardaría en llegar al suelo 1,5 seg, de la **Fig. 3.14** podemos concluir que la caída libre no es una mala apoximación, sobre todo teniendo en cuenta lo simple de sus expresiones matemáticas.

Dejamos ahora, para analizar (cualitativamente) por el lector, qué le sucede a un paracaidista antes y después de abrir el paracaídas.

En el libro de Elsberg y Lerner, citado en la bibliografía, se da con más detalle la dinámica y cinemática de cuerpos que caen en medio aéreo. Entre otros datos muestra que una gota de agua de 50 micrones de diámetro, o sea del grosor de un cabello, cae a 30 cm/s. Una gota de saliva que proviene de un estornudo puede permanecer varios minutos en el aire, con miles de gérmenes vivos en su interior.

3.5 RESUMEN

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado

$$x(t) = x_o + v_o(t - t_o) + ½\, a\, (t - t_o)^2$$

$$v(t) = v_o + a\,(t - t_o)$$

$$a(t) = a = \text{constante}$$

Los signos de x_o, v_o y a deben ser cuidadosamente determinados en cada caso, de acuero al sistema de referencia elegido.

CAIDA LIBRE - TIRO VERTICAL

Las ecuaciones de Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado con $a = |\vec{g}|$ o $a = -|\vec{g}|$ de acuerdo al sistema de referencia elegido, con el eje hacia abajo o hacia arriba, respectivamente.