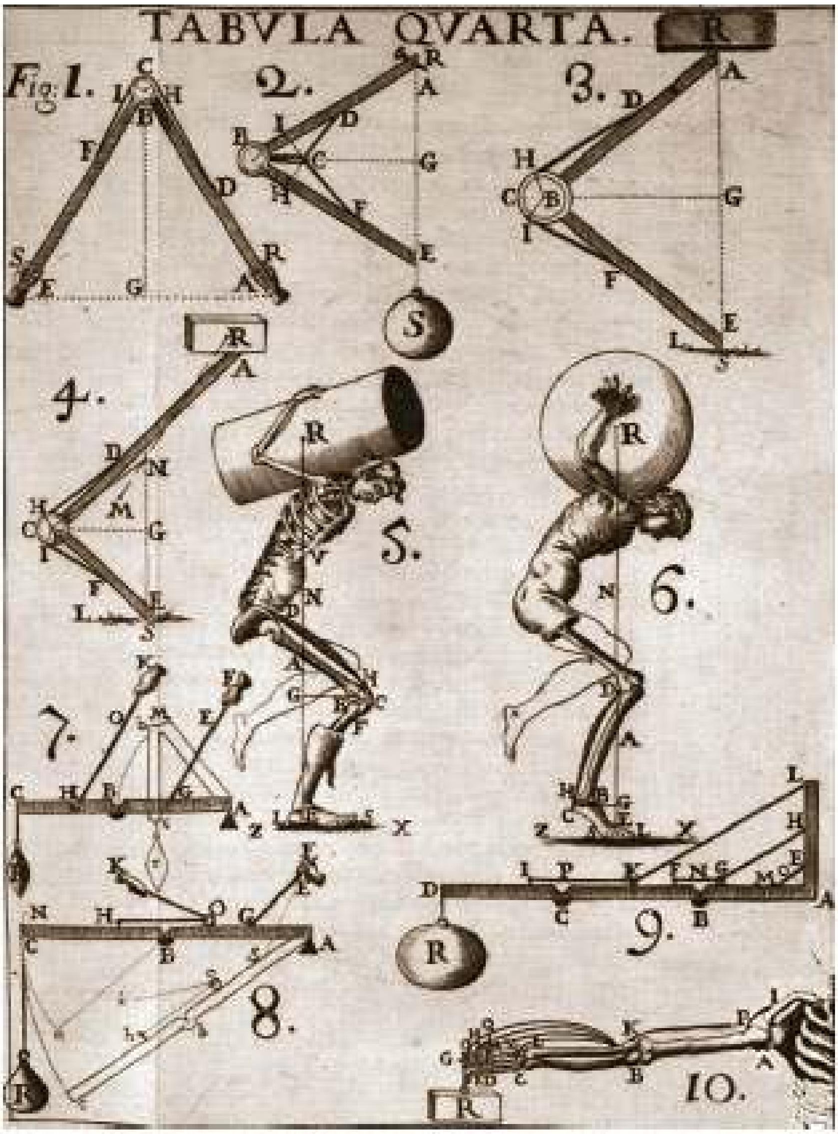
FÍSICA

E INTRODUCCIÓN A LA

BIOFÍSICA



Unidad 1 ~ Mecánica

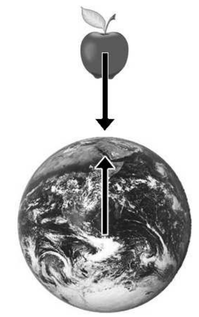
UBA ~ CBC

Principio de interacción

Hemos visto que las fuerzas producen cambios en el movimiento de un cuerpo. Newton dedujo que la fuerza sobre un cuerpo es sólo un aspecto de la interacción de éste con otro cuerpo. La interacción es clave para comprender la física involucrada en gran cantidad de fenómenos. Las fuerzas son siempre consecuencia de la acción mutua entre dos cuerpos aunque en muchos casos estudiemos cómo afecta a uno de ellos y no analicemos al otro. Se verifica experimentalmente que estas fuerzas son siempre iguales en módulo, tienen la dirección de la recta que uniría los dos cuerpos puntuales y sentidos opuestos. En la naturaleza no existen fuerzas aisladas.

Estos conceptos se formalizan en la **tercera ley de Newton** o **principio de interacción** que se enuncia como sigue:

> *Las fuerzas de interacción entre dos cuerpos puntuales son de igual módulo, tienen la dirección de la recta que pasa por ambos y sus sentidos son opuestos.*

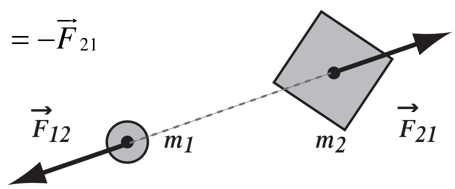


La **fuerza atractiva a distancia** que la Tierra le hace a la manzana es de igual módulo que la fuerza que la manzana le hace a la Tierra. Ambas tienen la dirección de la recta que une sus centros y sus sentidos son opuestos.

Es decir que cada vez que exista una fuerza sobre un dado cuerpo éste estará en interacción con otro cuerpo sobre el cual actuará una fuerza de igual módulo y sentido contrario. Newton enunció esta ley llamando acción y reacción a estas fuerzas.

En símbolos, este principio se escribe:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



donde $\vec{F}_{12}$ es la fuerza que recibe el cuerpo 1 por acción del 2 y $\vec{F}_{21}$ es la fuerza que recibe el cuerpo 2 por acción del 1.

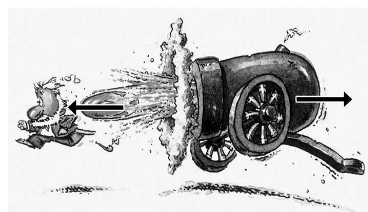
Si bien las fuerzas de interacción son de igual módulo y dirección y de sentido contrario:

- no se cancelan pues están aplicadas una en cada cuerpo.
- sus efectos son distintos: si son las únicas fuerzas y los objetos son puntuales, el efecto de la fuerza sobre cada cuerpo es producirle una aceleración inversamente proporcional a su masa.

El nombre de acción- reacción es poco feliz porque induce a pensar que una de las fuerzas antecede a la otra y en realidad ambas fuerzas son físicamente equivalentes, ninguna de ellas es respuesta a la otra.

Las fuerzas de interacción pueden ser de distinto tipo, de contacto o a distancia, atractivas o repulsivas.

En todos estos ejemplos los cuerpos involucrados son extensos, pero en esta primera parte de la dinámica, sólo nos interesa su movimiento como un todo y es en ese contexto que los consideraremos cuerpos puntuales.

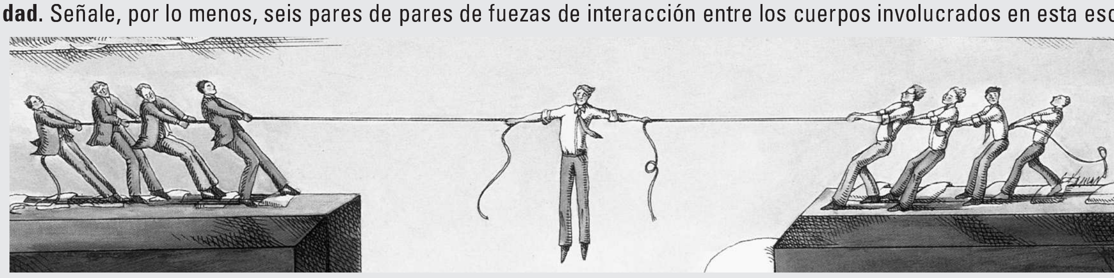


Ken Westphal

La **fuerza de contacto repulsiva** que el cañón le hace a la bala es de igual módulo que la fuerza que la bala le hace al cañon. La bala sale disparada mientras el cañon retrocede con menor aceleración pues su masa es mucho mayor.

¿Por qué, si la fuerza que hace el pie a la pelota es igualmente intensa que la que hace la pelota al pie, la pelota sale disparada y el pie no?

Actividad. Señale, por lo menos, seis pares de pares de fuezas de interacción entre los cuerpos involucrados en esta escena.



Catherine Kanner

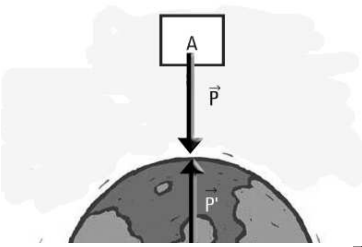
Estrictamente considerado, la soga **no** debería estar dibujada de modo horizontal (¿por qué?). Quizá la ilustradora quiso enfatizar que el personaje central está muy tironeado por ambas partes.

Aplicaciones de las leyes de Newton

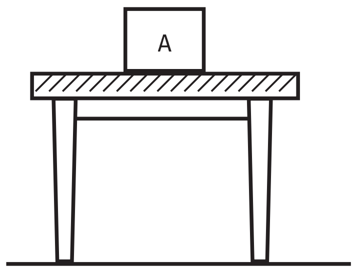
Para aplicar la segunda ley de Newton a un cuerpo lo aislamos imaginariamente y dibujamos la fuerzas que los demás cuerpos ejercen sobre él, sin ocuparnos de las fuerzas que dicho cuerpo hace sobre su entorno. Esta es la técnica del **diagrama de cuerpo libre**.

Ejemplo

Un bloque de masa 2 kg está apoyado en reposo sobre una mesa horizontal.



Sobre el bloque actúa el peso $\vec{\mathbf{P}}$ debido a su interacción con la Tierra y en la Tierra está $\vec{\mathbf{P'}}$, la otra fuerza del par.



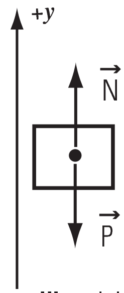
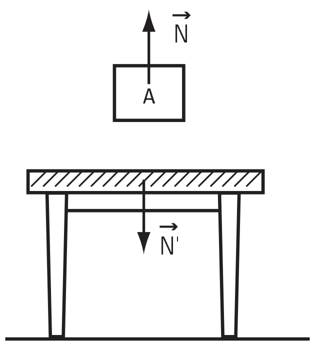


Diagrama de cuerpo libre del cuerpo apoyado en la mesa.



Al estar apoyado en la mesa, hay una interacción de contacto entre el bloque y la mesa. Existen dos fuerzas iguales en módulo, de la misma dirección y de sentidos opuesto: $\vec{N}$ en el bloque y otra $\vec{N'}$ mesa. La dirección de $\vec{N}$ es perpendicular a la superficie de la mesa y nos referiremos a ella como fuerza normal (normal significa perpendicular).

Para aplicar la segunda ley de Newton nos valdremos del diagrama de cuerpo libre esquematizado en la figura. Idealizamos al cuerpo de tal forma que podamos considerarlo una partícula. Elegimos un punto del mismo donde podemos suponer concentrada toda su masa y en el que consideramos aplicadas todas las fuerzas. Debemos discriminar todas las acciones de los demás cuerpos sobre el que nos interesa para poder aplicar la segunda ley de Newton que relaciona la resultante de dichas fuerzas con la aceleración del cuerpo. En este caso la fuerza resultante sobre el bloque es la suma de los vectores $\vec{N}$ y $\vec{P}$.

Sumar vectores implica tomar las proyecciones sobre ejes cartesianos. En este ejemplo las fuerzas tienen una única dirección y entonces basta tomar un único eje que llamaremos y.

Eligiendo arbitrariamente el sentido positivo hacia arriba, queda:

$$\left|\vec{N}\right| - \left|\vec{P}\right| = m \cdot a$$

que también podemos anotar

$$N - P = m \cdot a$$

donde N y P denotan los módulos de la fuerzas

En este caso aproximaremos g = 10 m/s^2 con lo cual P = 20 N

El bloque permanece quieto, es decir su aceleración debe ser cero y por tanto $N = P$ = 20 N. Observemos que en este caso:

- aunque las dos fuerzas que actúan sobre el bloque ($\vec{N}$ y $\vec{P}$) son de igual módulo, la misma dirección y sentidos opuestos NO constituyen un par de interacción
- la interacción entre el bloque y la mesa es la adecuada para que el bloque permanezca en reposo (siempre y cuando la mesa no se rompa)

Ejemplo

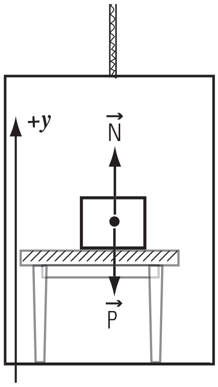
Colocamos la mesa y el bloque adentro de un ascensor. ¿Cambian las fuerzas que actúan sobre el bloque si el ascensor se mueve?

El cable accionado por un motor ejerce una fuerza sobre el ascensor pero no interactúa directamente con el cuerpo, ni tampoco ejerce una interacción a distancia. Es decir el bloque interactúa con los mismos cuerpos (Tierra y mesa) que en el ejemplo anterior.

La segunda ley de Newton vale en sistemas inerciales, no la podemos aplicar si intentamos describir la situación desde adentro del ascensor porque se trata de un sistema acelerado. Sí podemos utilizarla si describimos el movimiento desde Tierra. Como la mesa y el bloque están en reposo respecto del ascensor, vistos desde Tierra tienen todos la misma aceleración, luego:

$$\left|\vec{N}\right| - \left|\vec{P}\right| = m \cdot a$$

El peso del bloque es independiente del movimiento del ascensor, pero el valor de N no lo es y depende de la aceleración que tenga el bloque (que es la del ascensor). En la figura se dan los valores de N calculados para el bloque de masa 2 kg y diversos valores de aceleración.



Si sube a velocidad constante la aceleración es nula.
N = P

Si arranca hacia arriba con aceleración de módulo 2 m/s2
N - P = 2kg. 2m/s2
N = 24 N
$\uparrow \vec{a}$

Si arranca hacia abajo con aceleración de módulo 2 m/s2
N - P = 2kg. (-2m/s2)
N = 16 N
$\downarrow \vec{a}$

Si sube frenando con aceleración de módulo 2 m/s2
N - P = 2kg. (-2m/s2)
N = 16 N
$\downarrow \vec{a}$

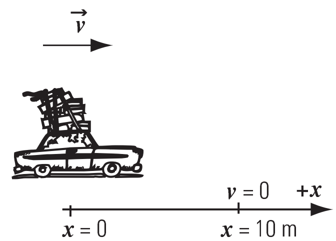
Si baja frenando con aceleración de módulo 2 m/s2
N - P = 2kg. 2m/s2
N = 24 N
$\uparrow \vec{a}$

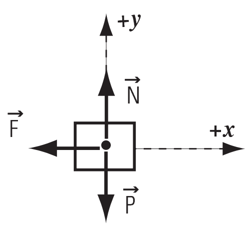
Si se corta el cable del ascensor
N - P = 2kg. (-10m/s2)
N = 0 N
$\downarrow \vec{a}$

Este ejemplo ayuda a comprender la sensación de "peso aparente" que sentimos cuando viajamos en un ascensor. La percepción de nuestro peso está determinada por la intensidad de la fuerza normal que sobre nosotros ejerce el piso del ascensor y es lo que indicaría una balanza de resorte intercalada entre nosotros y el piso.

Ejemplo

Un automóvil de 900 kg se mueve horizontalmente con velocidad de módulo 72 km/h. ¿Qué fuerza horizontal constante habría que ejercer para detenerlo en 10 metros?





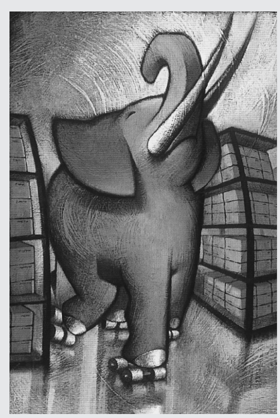
La aceleración tiene la dirección x y como vimos en cinemática:

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{v^2 - {v_0}^2}{2\left(x - x_0\right)} = \dfrac{0 - \left(20m/s\right)^2}{2 \cdot 10m} = -20m/s^2 \\ a_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum F_x = m \cdot a_x \\ \sum F_y = m \cdot a_y \end{cases} \qquad \begin{cases} -\left|\vec{F}\right| = m \cdot a_x \\ \left|\vec{N}\right| - \left|\vec{P}\right| = m \cdot a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\left|\vec{F}\right| = 900kg \cdot \left(-20m/s^2\right) = -18000N \Rightarrow \left|\vec{F}\right| = 18000N \\ \left|\vec{N}\right| = \left|\vec{P}\right| = 9000N \end{cases}$$

El signo negativo para F indica que la fuerza a aplicar es opuesta al sentido elegido como positivo en el eje x. En este caso, hay 3 fuerzas actuando sobre el automóvil pero las dos verticales suman cero y $\vec{F}$ resulta ser la fuerza neta por eso la aceleración es horizontal.



Greg Epkes

Actividad. Un elefante de 1000 kg se encuentra en reposo sobre un piso que presenta rozamiento despreciable; ¿qué intensidad mínima tiene la fuerza horizontal necesaria para comenzar a moverlo?

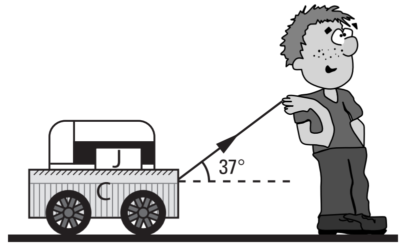
Ejemplo

Nicolás tira de su carrito de masa 12 kg, aplicándole una fuerza de 30 N como se muestra en la figura.

Se desprecia el rozamiento del carrito contra el piso.

a-Hallar la aceleración del conjunto.

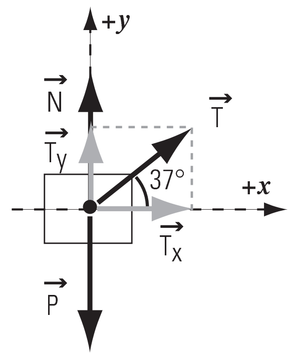
b-Hallar la intensidad de la fuerza normal que ejerce el suelo sobre el carro.



Tres fuerzas actúan sobre el carro: su peso, que actúa hacia abajo; la fuerza normal que actúa hacia arriba; y la fuerza ejercida por la cuerda en dirección de 37° sobre la horizontal, a la que llamaremos **fuerza de tensión** y designaremos $\vec{T}$.

Dibujamos el diagrama de cuerpo libre, escogiendo el eje x en la dirección del movimiento e y perpendicular a x. Planteamos la segunda ley de Newton.

Hallamos las componentes de la tensión proyectando esta fuerza en ambos ejes utilizando las funciones trigonométricas.



$$\begin{cases} \sum F_x = m \cdot a_x \\ \sum F_y = m \cdot a_y \end{cases}$$

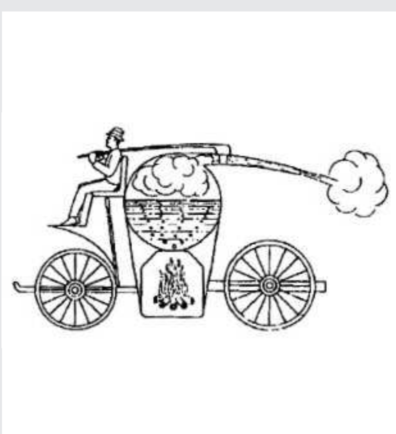
$$\begin{cases} T \cdot \cos 37° = m \cdot a_x \\ N + T \cdot sen 37° - P = m \cdot 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30N \cdot 0,8 = 12kg \cdot a \Rightarrow a = 2m/s^2 \\ N = 120N - 30N \cdot 0,6 = 102N \end{cases}$$

Sólo la componente x de la tensión es la causa de la aceleración del carrito. Obsérvese también que el piso hace una fuerza inferior al peso total del carrito pues la componente vertical de la tensión tira hacia arriba.

Actividad. ¿Cuál es la mayor tensión que puede aplicarse a la cuerda sin levantar el carrito del piso?

Actividad. Analice el movimiento mostrado en las figuras siguientes.



Se le atribuye a Newton uno de los proyectos más antiguos de automóvil. Consta de una caldera de la que sale vapor por una tobera posterior. ¿Cómo explica su funcionamiento a la luz de los principios?

¿Puede este tripulante autopropulsarse soplando contra la vela?

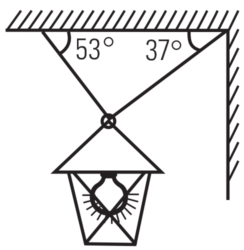
El fabuloso barón Münchhausen pudo levantarse a sí mismo tirándose de los pelos. ¿Acaso puede una persona, lo suficientemente fuerte, realizar tal prodigio?

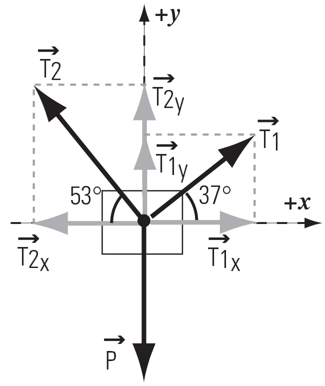
Ejemplo

Un farol cuyo peso es 36 N está colgado del techo mediante dos cuerdas, como se indica en la figura. ¿Cuánto vale cada una de las fuerzas que las cuerdas ejercen sobre el cuadro?

Las cuerdas sólo pueden ejercer fuerzas en su propia dirección y el único sentido posible es el que pone tensa a dicha cuerda.

Como el farol está en reposo, no posee aceleración y entonces, según la segunda ley de Newton, la resultante de las fuerzas aplicadas debe ser nula





$$\begin{cases} \sum F_x = m \cdot a_x \\ \sum F_y = m \cdot a_y \end{cases} \qquad \begin{cases} T_1 \cdot \cos 37° - T_2 \cdot \cos 53° = 0 \\ T_1 \cdot sen 37° + T_2 \cdot sen 53° - P = m \cdot 0 \end{cases}$$

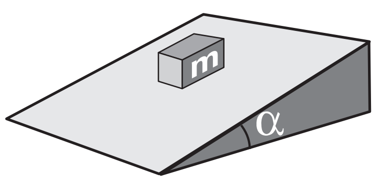
$$\begin{cases} T_1 \cdot 0{,}8 = T_2 \cdot 0{,}6 \Rightarrow T_1 = T_2 \cdot 0{,}75 \\ T_1 \cdot 0{,}6 + T_2 \cdot 0{,}8 = 36N \end{cases}$$

$$T_2 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}6 + T_2 \cdot 0{,}8 = 36N \quad \Rightarrow T_2 = 28{,}8N \quad \Rightarrow T_1 = 21{,}6N$$

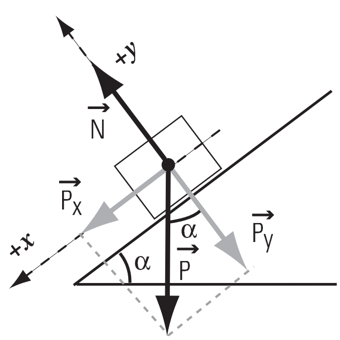
Observemos que el cable más próximo a la vertical es el que soporta la mayor contribución del peso. Vemos que la suma de los módulos de ambas tensiones es mayor que el peso del farol (T_1+T_2 > P) ya que además de tirar para arriba compensando al peso, también ejercen fuerza horizontalmente.

Ejemplo

Un cuerpo desliza por un plano inclinado. Calcular su aceleración. Puede despreciarse el rozamiento.



Hay sólo dos interacciones: el peso y la normal, que en este caso no tienen igual dirección. Elegimos un eje *x* paralelo al plano inclinado de manera que la aceleración sólo tiene componente a_x.



$$\begin{cases} \sum F_x = m \cdot a_x \\ \sum F_y = m \cdot a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} P \cdot sen\ \alpha = m \cdot a_x \\ N - P \cos\alpha = 0 \Rightarrow N = P \cos\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m \cdot g \cdot sen\ \alpha}{m} = g \cdot sen\ \alpha$$

Patrick Woodroffe

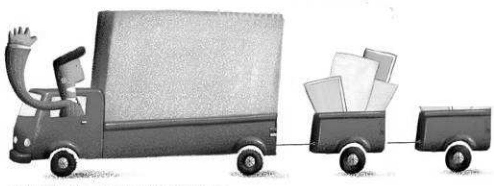
La aceleración de un cuerpo que desliza sobre un plano inclinado sin rozamiento no depende de la masa. Cualquiera sea el cuerpo, vale siempre a = g.sen α; donde α es el ángulo del plano inclinado con la horizontal.

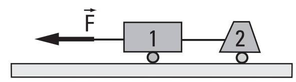
si $\alpha = 0 \Rightarrow a = g \cdot sen\ 0° = 0$ reposo o M.R.U. en el plano horizontal

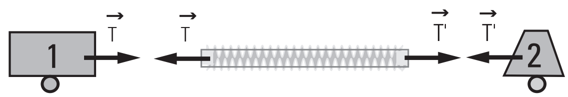
si $\alpha = 90° \Rightarrow a = g \cdot sen\ 90° = g$ caída libre, no hay plano.

Ejemplo

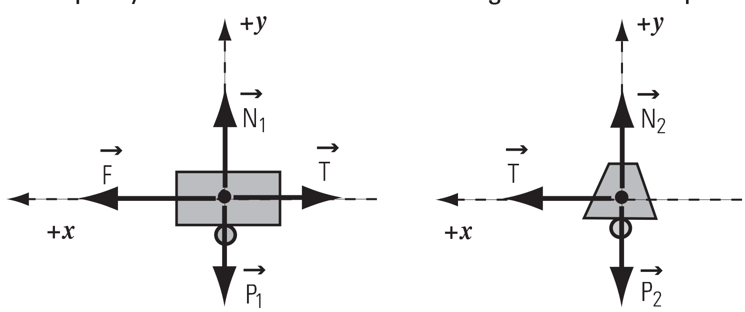
Sean dos carros de masas conocidas m_1 y m_2 unidas por una soga inextensible que están sobre una superficie horizontal lisa, y que son remolcados por un camión que ejerce una fuerza $\overline{F}$ de valor conocido. El objetivo es hallar la aceleración de cada carro y la tensión que ejerce la soga sobre cada carro:







$\overline{T}$ es la fuerza que ejerce la soga sobre el carro 1, y es la fuerza que ejerce la soga sobre el carro 2. La soga es el mecanismo de interacción entre los carros. Los pares de interacción de $\overline{T}$ y de T' están aplicados en la soga. Haremos la suposición adicional de pensar que la masa de la soga es despreciable frente a las masas m_1 y m_2, de modo que si planteáramos la 2° ley para la soga, llegaríamos a la conclusión de que $T = T'$ en este caso ideal en que la $m_{soga} = 0$. Con esta suposición se simplifica el problema, ya que el análisis se reduce a dos cuerpos y no a tres. Hacemos los diagramas de cuerpo libre:



$$\begin{cases} \sum F_x = m_1 \cdot a_x \\ \sum F_y = m_1 \cdot a_y \end{cases} \qquad \begin{cases} \sum F_x = m_2 \cdot a_x \\ \sum F_y = m_2 \cdot a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} F - T = m_1 \cdot a_x \\ N_1 - P_1 = m_1 \cdot 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} T = m_2 \cdot a_x \\ N_2 - P_2 = m_2 \cdot 0 \end{cases}$$

Planteamos la segunda ley y escribimos dos ecuaciones escalares para cada cuerpo. Como no hay movimiento en la dirección vertical, $N_1 = P_1$ y $N_2 = P_2$.

Al poner la misma aceleración en cada cuerpo, estamos empleando la suposición de que **la soga es inextensible**. Al escribir $T = T'$ estamos suponiendo que **la soga no tiene masa**. Como puede observarse, las ecuaciones están vinculadas a través de la tensión T, lo que reproduce la situación descrita.

Matemáticamente, tenemos un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas (a y T) que se resuelve con facilidad. Por ejemplo, sumando las dos ecuaciones miembro a miembro:

$$T + F - T = (m_1 + m_2) \cdot a \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{(m_1 + m_2)} = a$$

Y reemplazando en la ecuación del cuerpo 1 este valor de a, hallamos T:

$$T = m_1 \cdot \frac{F}{(m_1 + m_2)}$$

Tipos de fuerzas

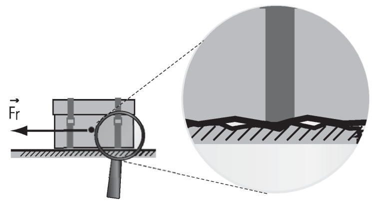
Todas las diversas fuerzas que se observan en la naturaleza pueden explicarse en función de cuatro interacciones fundamentales que se ejercen a distancia entre partículas elementales: **fuerte**, **débil**, **electromagnética** y **gravitatoria**. Las fuerzas que observamos entre cuerpos macroscópicos son debidas a las interacciones gravitatoria y /o electromagnética.

Entre las fuerzas derivadas del electromagnetismo que observamos cotidianamente hemos mencionado ya las de contacto que llamamos fuerza normal y fuerza de tensión. Mencionaremos brevemente ahora las fuerzas de rozamiento y elásticas.

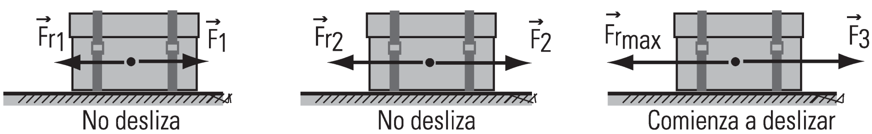
Rozamiento

La fuerza de rozamiento o fricción se origina en las interacciones de contacto entre dos superficies rugosas. La fuerza de rozamiento se opone al deslizamiento de una superficie sobre la otra, y debido a esto es tangente a las superficies en contacto.

El rozamiento es responsable de que se deba ejercer una fuerza mínima para empezar a mover un cuerpo apoyado. Si a pesar de aplicar una fuerza horizontal sobre un cuerpo quieto apoyado en una mesa se observa que no arranca, concluímos que la fuerza de rozamiento compensa la fuerza aplicada. Si empujamos aumentando el valor de la fuerza veremos que llega un momento en que el cuerpo empieza a deslizar pues esta fuerza de rozamiento estático tiene un límite o tope.



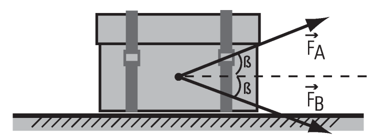
Fuerza de rozamiento. Las rugosidades forman crestas y valles que se encastran y dificultan el desplazamiento de una superficie sobre otra.



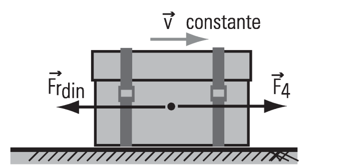
El valor máximo que puede alcanzar la fuerza de rozamiento estática depende de la fuerza normal que el cuerpo ejerce sobre la superficie de apoyo y de las características de las superficies en contacto. Por ejemplo se requiere menor fuerza para empezar a mover un mueble sobre un piso de madera encerado que sobre uno de goma.

Una vez que el cuerpo comienza a moverse la fricción continúa. Este rozamiento se manifiesta como una fuerza constante y opuesta al movimiento del cuerpo respecto a la superficie de apoyo. Su valor también depende de la fuerza normal de contacto entre la superficie y el cuerpo, además de la naturaleza de los materiales en contacto, del pulido de las superficies, de la temperatura ambiente, etc. Suele ser menor que la fuerza máxima de rozamiento estático.

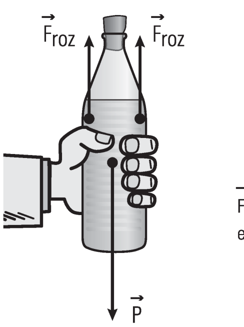
En nuestro mundo terrestre el rozamiento es prácticamente inevitable y así la humanidad hasta el siglo XVI creyó que para mantener un movimiento era necesaria la permanente aplicación de fuerzas, cuando en realidad para uno de ellos, el M.R.U., es necesario eliminar o compensar todas las fuerzas, también la de rozamiento.



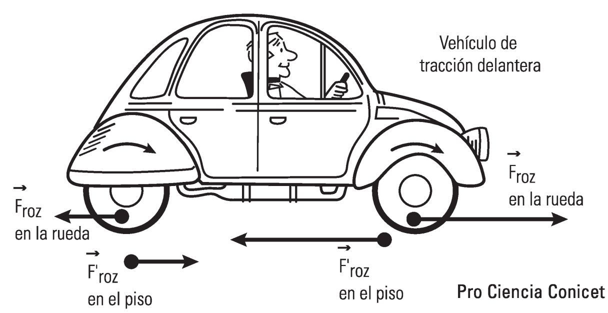
Actividad. La fricción depende de la fuerza normal. Si se quiere mover el baúl aplicándole una de las dos fuerzas indicadas, ¿cuál de las dos elegiría para que la tarea sea más fácil?



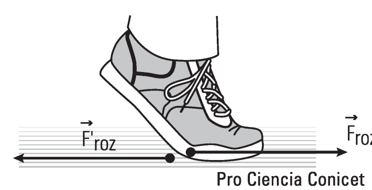
Para mantener un cuerpo con M.R.U. se debe aplicar una $\vec{F_4}$ de igual módulo que la fuerza de rozamiento dinámico que suele ser menor a la fuerza de rozamiento estático máximo.



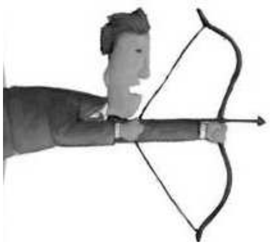
Cuando sostenemos una botella, la fuerza de rozamiento con la mano contrarresta al peso.



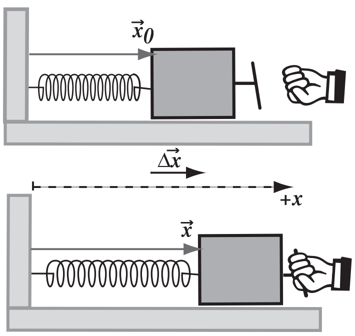
Cuando el coche inicia la marcha, las ruedas impulsadas por el motor empujan hacia atrás el piso, y éste hacia adelante las mismas ruedas; estas fuerzas son las que aceleran el coche. Cuando el auto frena sucede lo opuesto.

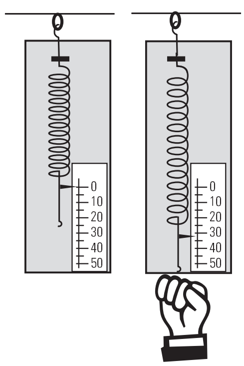


Cuando empezamos a caminar empujamos el piso hacia atrás, y éste nos impulsa hacia adelante. Ya en marcha, los pies hacen rítmicamente fuerzas hacia atrás y hacia adelante, y lo mismo el suelo. Estas fuerzas y la resistencia del aire,en promedio temporal, suman cero.

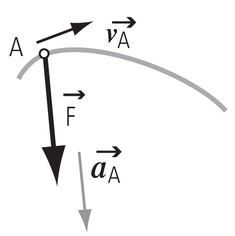


El arquero tiende el arco y cuando lo suelta éste recupera la forma original lanzando la flecha.





Dinamómetro. Si se fija uno de los extremos del resorte y sobre el otro se actúa con la fuerza que deseamos medir, se obtiene un estiramiento cuya cuantía determina la intensidad de la fuerza. Es necesario calibrar previamente el dinamómetro midiendo los estiramientos que producen fuerzas conocidas.



La fuerza tiene la misma dirección y sentido que la aceleración.

Fuerza elástica

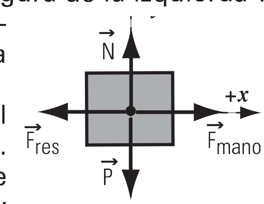
Hasta ahora hemos considerado que, cuando aplicamos fuerzas sobre un cuerpo, éste podrá cambiar su estado de movimiento pero no su forma ni su tamaño. Sin embargo los objetos constituidos por materiales reales pueden deformarse, aunque sea ligeramente, e incluso pueden romperse. Por ejemplo, las ramas de los árboles se arquean ligeramente cuando los chimpancés se cuelgan de ellas; los huesos se pueden torcer, alargar, comprimir ante la acción de fuerzas.

En algunos casos, cuando la fuerza externa deja de actuar, el objeto recupera su forma original. Esta propiedad se llama **elasticidad**. Se dice que un material que no recupera su forma original después de una deformación, como la arcilla o la plastilina, es inelástico.

El comportamiento de los materiales ante fuerzas externas y lo que les sucede cuando se dejan de aplicar se debe a fuerzas de cohesión entre las moléculas que los constituyen. La forma que tiene un cuerpo se relaciona con las posiciones de equilibrio de sus moléculas y cuando se intenta deformarlo, estas fuerzas tienen en los cuerpos elásticos un carácter restaurador que tiende a volver a las moléculas a sus posiciones originales de equilibrio.

El ejemplo más sencillo de elasticidad lo constituye un resorte que modifica su longitud original al someterlo a fuerzas externas que tiendan a estirarlo o comprimirlo.

¿Por qué está en equilibrio el sistema de la figura de la izquierda ?



Sobre la masa enganchada en el extremo del resorte está la fuerza de la mano y también la fuerza elástica que ejerce el resorte.

La fuerza elástica siempre tiende a llevar al resorte a su longitud original sin deformación. En algunos casos dicha fuerza es directamente proporcional a la deformación y es válida la ley de Hooke:

$$\boxed{|F| = k|\Delta x|}$$

Expresión en la que F representa módulo de la fuerza que ejerce el resorte sobre el agente que lo deforma una cantidad Δx. La fuerza siempre es opuesta al desplazamiento del extremo del resorte respecto de su condición normal, no estirado. Si se lo estira, la fuerza fuerza elástica tenderá a comprimirlo, y viceversa. En esta fórmula, k es la constante elástica del resorte, una medida de su "dureza". Cuanto mayor sea k , mayor será la fuerza externa necesaria para deformarlo una dada longitud. Esta propiedad de los resortes resulta muy útil para medir fuerzas en lo que se denomina un dinamómetro.

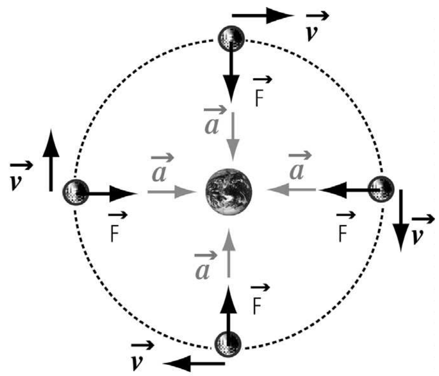
Las fuerzas elásticas tienen otra interesante propiedad, relacionadas con el hecho que una vez cesada la fuerza externa deformadora, la fuerza elástica continúa y, por ejemplo en el caso del dinamómetro de la figura, el extremo del resorte puede quedar animado de un movimiento oscilatorio alrededor de su posición de equilibrio.

Este movimiento de vaivén alrededor de una posición de equilibrio se observa en numerosos fenómenos tales como la vibración de la cuerda de un violín, la oscilación de un péndulo y la producción de sonido por las cuerdas vocales. En todos los casos las oscilaciones se deben a la presencia de fuerzas elásticas que tienden a restituir una situación de equilibrio.

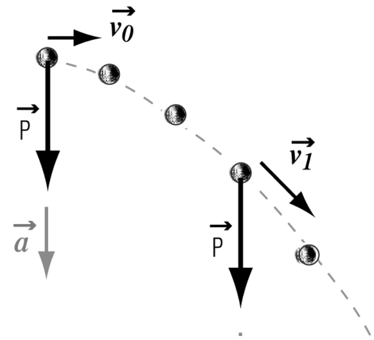
Dinámica en los movimientos curvilíneos

¿Qué sucede si, sobre un cuerpo que tiene una velocidad inicial $\vec{v}$, se aplica una fuerza cuya dirección no coincide con la de $\vec{v}$?

Si $\vec{F}$ es la única fuerza que actúa, la segunda ley de Newton dice que la aceleración y la fuerza tienen la misma dirección y sentido. Entonces la aceleración no tiene la misma dirección que la velocidad inicial y por lo tanto el movimiento posterior no va a ser rectilíneo.



Cuando la fuerza aplicada es de módulo constante y siempre perpendicular a la velocidad el movimiento es circular uniforme. Es el caso de la Luna que orbita a la Tierrra.



En un tiro horizontal la fuerza es constante ($\vec{P}$) y, de acuerdo a la segunda ley, la aceleración es siempre la gravitatoria.

Las cuatro fuerzas fundamentales

En el mundo que nos rodea, parecen actuar infinidad de fuerzas diferentes: de contacto, de rozamiento, eléctricas, térmicas, químicas, moleculares, elásticas, gravitatorias. Sin embargo, la física ha logrado reducir todas estas fuerzas a sólo cuatro fuerzas fundamentales, que explican total o parcialmente, los fenómenos encontrados en la naturaleza. Tal vez para nosotros, la fuerza electromagnética sea la más importante de todas, porque es el tipo de fuerza presente en todas las interacciones citadas al principio, salvo la fuerza gravitatoria.

La **fuerza electromagnética**, permite la existencia de átomos, uniones químicas y moléculas, así como cristales, cuerpos elásticos, conductores, plásticos, etc. Prácticamente todas las cualidades que percibimos con nuestros sentidos, como la rugosidad, el gusto o el color, se originan en una compleja interacción electromagnética entre cargas y radiación. Toda forma útil de energía que se propague, también se origina en la interacción electromagnética: la luz, el calor radiante y todas las señales viajeras.

La otra fuerza que ha marcado con sus efectos la evolución biológica en el planeta, que percibimos siempre, es la **fuerza gravitatoria**. Esta fuerza es de atracción entre todos los cuerpos materiales del Universo, pero por su debilidad, sólo se manifiesta cuando interviene al menos un objeto de masa considerable, como planetas o estrellas. También afecta la propagación de la luz, ya que la presencia de un campo gravitatorio, deforma el espacio circundante y por lo tanto altera las trayectorias de la luz que pasen cerca de ese campo. No hay sitio en el Universo en el que no exista la gravedad, ya que pese a atenuarse con el cuadrado de la distancia al centro atractor, no se hace cero nunca, y al ser sólo atractiva (no existen al parecer masas negativas), no se puede "apantallar". La gravedad es la más fundamental de las fuerzas: gracias a ella se forman y formaron galaxias, estrellas y planetas, y es la fuerza que controla globalmente la estructura y la evolución del Universo entero.

Dentro del núcleo atómico, la **fuerza nuclear fuerte**, mantiene unidos a los protones y neutrones. Es una fuerza atractiva de gran intensidad, que sólo opera en un rango de distancias no mayor a los 10^{-13} cm, y vale cero fuera de este rango. Al igual que la **fuerza nuclear débil**, también de muy corto alcance (10^{-16} cm), no se manifiestan en nuestra vida cotidiana, pero son fuerzas fundamentales que aseguran la estabilidad de la materia tal como la conocemos. Se cree que las cuatro fuerzas, han actuado desde el comienzo mismo del Universo como un único tipo de fuerza indiferenciada, dada la altísima temperatura imperante. Al expandirse y enfriarse, el Universo fue dando lugar a la aparición por separado de estas cuatro fuerzas, en distintos rangos de energía.

Ingravidez

Un cuerpo bajo la sola acción de la fuerza gravitatoria se mueve con la aceleración de la gravedad. Las personas, generalmente estamos apoyadas en el piso, sin aceleración vertical, por lo que el peso suele estar contrarrestado por una fuerza de contacto hacia arriba de igual módulo, normal a la superficie de contacto. La percepción que tenemos de nuestro peso viene determinada por la fuerza que sobre nosotros hace el suelo, o lo que nos soporte, y que equivale a lo que marcaría una balanza puesta bajo nuestros pies. Esta fuerza, a veces llamada **peso efectivo**, no siempre es igual al peso ya que su valor depende de cuál sea nuestra aceleración. En el ejemplo desarrollado en la página 33 vimos que el peso efectivo dentro de un ascensor acelerado cambia en función de la aceleración. En el caso en que el ascensor estuviera en caída libre el peso efectivo sería nulo. Diremos que la persona está en condiciones de **ingravidez aparente** y no siente los efectos usuales del peso, por ejemplo, sus piernas y pelvis no están sosteniendo sus órganos. Como la gravedad siempre está en nuestra vida cotidiana se desvanece de nuestra conciencia diaria, pero inconcientemente hemos desarrollado numerosos mecanismos que nos permiten vivir en este mundo que no deja de atraernos.

Coyote en ingravidez aparente

Los astronautas que flotan libremente dentro de sus naves en órbita están en estado de ingravidez aparente. Para que la ingravidez fuese real tendría que estar alejados de todo cuerpo celeste, donde las fuerzas gravitacionales fuesen despreciables y el movimiento rectilíneo y uniforme.

A pesar de lo que piensa el común de la gente, en el espacio sí hay gravedad. De hecho, es la gravedad lo que mantiene a la estación orbital internacional en órbita alrededor de la Tierra. La fuerza de atracción que ejerce la Tierra sobre la nave y sus tripulantes, el peso, proporciona la fuerza centrípeta necesaria para mantenerlos en movimiento orbital. Las cosas que flotan en la nave están en realidad "cayendo" todas a la par pero sin acercarse a la superficie terrestre. Al no existir una fuerza que los sostenga, los astronautas no tienen sensación de peso y se encuentran en un estado de ingravidez aparente, exactamente igual a lo que se experimentaría en el interior de un ascensor que está cayendo en una caída libre. Todo el organismo, desde los huesos hasta el cerebro reaccionan frente a la ingravidez, que comporta efectos tales como mareo, congestión de la cabeza y pérdida ósea.

Pelo en ingravidez aparente

Los sentidos nos proporcionan normalmente información precisa sobre la ubicación de nuestro cuerpo y sobre las posiciones relativas de las partes de nuestro organismo. De manera que podemos integrar las señales de los oídos, ojos y de nuestros sentidos del tacto y la presión. Los receptores mecánicos presentes en los músculos, tendones y articulaciones además de los receptores cutáneos en las plantas de los pies responden al peso de las distintos segmentos de las extremidades y otras partes del organismo. En estado de ingravidez, la transformación de estas señales inducen confusión en el cerebro y conlleva cefalea, pérdida de apetito, vómitos y concentración alterada. Luego de un tiempo, el cerebro finalmente se acostumbra y el abajo se convierte en el lugar donde están los pies.

En el espacio ocurre una redistribución de los fluídos desde la parte inferior a la superior del organismo. El primer día cada pierna pierde alrededor de un litro de líquido, se da una congestión de la cabeza y una hinchazón de la cara. La pérdida de plasma induce una sobreabundancia de eritrocitos y por lo tanto el cuerpo suspende su producción y por eso los astronautas vuelven anémicos.

En ingravidez existe un cambio drástico de las fuerzas ejercidas entre los elementos estructurales del organismo. La columna se libera de la opresión y aumenta la talla de las personas (hasta 5 cm), se expande el tórax, y los riñones, estómago, bazo, intestinos parecen flotar en el vientre. Los músculos, menos exigidos, se atrofian rápidamente a menos que se realice diariamente varias horas de duro ejercicio físico. Se sufre una alteración en la normal reconstitución permanente de los huesos y los cosmonautas pierden masa ósea de las vértebras, caderas y fémur.

A la vuelta los astonautas sienten la carga de la gravedad pero la mayoría de los sistemas corporales vuelven después de unos días a la normalidad, aunque existen dudas sobre la reversibilidad de los daños óseos.

Fuente: Ronald White, "Efectos de la ingravidez sobre el cuerpo humano", Investigación y ciencia, 1998

Viernes 27 de Abril de 2007
Cabo Cañaveral, EEUU.- El astrofísico británico Stephen Hawking, que ha pasado su vida reflexionando sobre la gravedad, probó la ingravidez flotando libremente. "Podría haber seguido sin parar", dijo Hawking, de 65 años, tras aterrizar de un viaje de dos horas en un Boeing 727-200 de paredes acolchadas que, volando en parábolas como una montaña rusa, produce períodos de ingravidez. Según la empresa, desde que comenzó a operar en 2004, el conocido popularmente como 'vomit comet' ha realizado más de 100 vuelos y transportado a unos 2.500 pasajeros, entre ellos celebridades y hasta niños de tan sólo 12 años de edad. (AFP-NA)

1.c_ Trabajo, energía y potencia

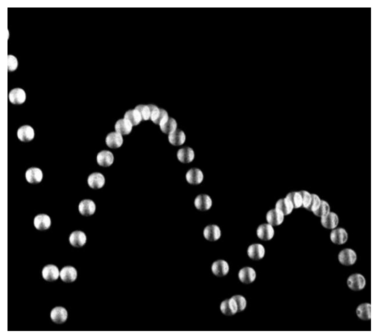
Introducción

En este capítulo desarrollaremos los conceptos de **trabajo**, **energía** y **potencia**. Son tres magnitudes de gran importancia en ciencia y tecnología. Están íntimamente relacionadas, y son útiles para comprender, explicar y resolver diversas situaciones y fenómenos. El trabajo mecánico es realizado por fuerzas, que a su vez se originan en alguna interacción, y su efecto es aumentar o disminuir la energía de un sistema de cuerpos. Llamamos **sistema** a una agrupación conveniente de objetos o cuerpos que se define para cada situación y del que puede estudiarse su evolución. La energía es un concepto muy general aplicable tanto a sistemas de partículas materiales como a la radiación (luz, calor, ondas electromagnéticas) y se relaciona con la capacidad de realizar trabajo. Se puede decir que todo lo que existe en el universo es alguna forma de energía, ya que inclusive la masa es una forma de energía, como lo demostrara Albert Einstein en su famosa ecuación $\mathbf{E} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{c}^2$ en la que **c** representa la velocidad de la luz en el vacío. La energía adopta diversas formas y es relevante su conversión de unas formas a otras. Un resultado muy general de la Física es la **ley de conservación de la energía**, que afirma que la energía puede pasar de un sistema a otro y de una forma a otra, pero nunca aparece ni desaparece. Este enunciado será también desarrollado en la unidad de termodinámica. En la mecánica se definen dos tipos de energía, **energía cinética** asociada al movimiento de los cuerpos materiales y **energía potencial** asociada a la posición y/o deformación de los cuerpos sometidos a fuerzas. Se define la **energía mecánica** como la suma de ambas. Bajo ciertas condiciones la energía mecánica de un sistema se conserva, es decir que no cambia de valor a lo largo del tiempo, y en ese caso se pueden resolver con más facilidad muchas situaciones que empleando métodos de la cinemática o la dinámica. En los casos en que la energía mecánica no se conserva es debido a que se ha transformado total o parcialmente en otras formas de energía (química, eléctrica, térmica, etc.) La **potencia** es una magnitud que mide la tasa a la que cambia la energía de un sistema, es decir, el cambio de la energía en el tiempo. Es clave para evaluar situaciones de interés económico pues se asocia al consumo de energía en el tiempo.

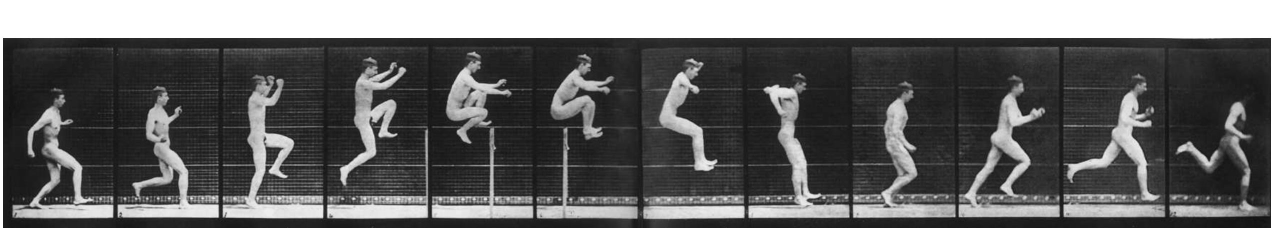
Por último podemos decir que trabajo, energía y potencia son magnitudes escalares y que por lo tanto formular y resolver problemas en función de éstas resulta más fácil que en términos de fuerzas que requieren un tratamiento vectorial.

En este capítulo veremos las definiciones respectivas, las relaciones que vinculan estas magnitudes, y algunas aplicaciones a casos sencillos.

La energía potencial elástica del arco tendido se convierte en energía cinética de la flecha lanzada.



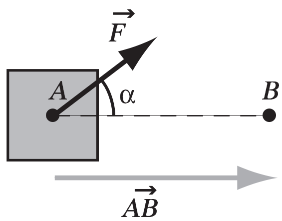
Mientras la bola sube su energía cinética se va convirtiendo en energía potencial gravitatoria, cuando baja la transformación energética es inversa; si la resistencia del aire es despreciable se conserva la energía mecánica. Durante el choque con el piso se pierde energía mecánica; ¿dónde ha ido a parar esa energía?



Los seres vivos están continuamente intercambiando energía con su entorno. Los músculos transforman enegía química en energía mecánica con un rendimiento bastante bajo: el trabajo mecánico que realizan es sólo una pequeña fracción de la energía consumida. El consumo energético promedio por unidad de tiempo de una persona es aproximadamente equivalente al de una lámparita eléctrica (unos 100 W). Un superatleta puede desarrollar una potencia mecánica de 400 W durante algunas decenas de minutos; para eso debe consumir, en ese tiempo, cinco veces más energía que el trabajo mecánico realizado. (Foto de Eadweard Muybridge)

Trabajo

La noción de trabajo se vincula directamente con la posibilidad de generar cambios en la velocidad de un cuerpo a partir de la acción de fuerzas a lo largo de un desplazamiento. Históricamente, el concepto de trabajo cobró importancia durante la Revolución Industrial, cuando se analizó la posibilidad de transformar en trabajo mecánico la energía obtenida a partir de la quema del carbón, combustible mayoritario en esa época.



Comenzaremos analizando el caso de un cuerpo que se traslada entre dos posiciones **A** y **B** siguiendo una trayectoria rectilínea. Consideremos que en toda la trayectoria actúa, entre otras, una fuerza $\vec{F}$ constante.

Se define el trabajo de esta fuerza como el producto escalar entre el vector fuerza y el vector desplazamiento entre **A** y **B**.

$$L_{\vec{F}}^{A\to B} = \vec{F} \bullet \overrightarrow{AB}$$

Recordando la definición de producto escalar, el trabajo se calcula como el producto del módulo de la fuerza por el módulo del desplazamiento por el coseno del ángulo comprendido entre los dos vectores. El trabajo así definido es una magnitud escalar*. En símbolos:

$$L_{\vec{F}}^{A\to B} = \left|\vec{F}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos\left(\vec{F}, \overrightarrow{AB}\right)$$

Reordenando esta expresión se obtiene:

$$\left[\left|\vec{F}\right| \cdot \cos\left(\vec{F}, \overrightarrow{AB}\right)\right] . \left|\overrightarrow{AB}\right| = F_t . \left|\overrightarrow{AB}\right|$$

Donde F_t es la componente de la fuerza en la dirección tangente a la trayectoria; su signo es positivo si tiene el mismo sentido que el movimiento y es negativo si el sentido es contrario. Es decir que sólo la componente de la fuerza paralela al movimiento es la que realiza trabajo. En el caso particular de fuerzas perpendiculares al despla-

Si $\vec{F} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow L_{\vec{F}} = 0$

zamiento el trabajo es cero:

Observemos que, en algunos casos, la definición de trabajo parece contradecir nuestro concepto intuitivo de trabajo relacionado con el esfuerzo muscular. El forzudo de la figura no realiza trabajo sobre las pesas cuando la sostiene quietas o cuando las mueve con velocidad horizontal constante. La cuestión es que sí existe trabajo muscular ya que los impulsos nerviosos producen contracciones de las fibras musculares que, a diferencia de un hueso o una barra de acero, no pueden sostener una carga estáticamente y necesitan contraerse y relajarse repetidamente. En cada contracción hay trabajo interno que se manifiesta en una pérdida de energía interna del hombre aunque la fuerza resultante que ejerce el hombre sobre el medio exterior (la pesa) no hace trabajo.

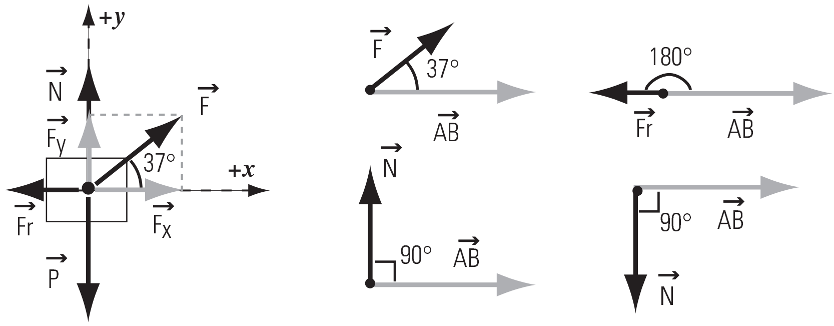
El **joule** es una unidad de trabajo pequeña. Para tener alguna idea: es el trabajo que entregamos al levantar una copa para brindar. Para elevar una copa con 200 cm^3 de sidra unos 50 cm, hay que aplicarle una fuerza aproximadamente igual a su peso (2 N) en un trayecto de 0,5 m, o sea entregar un trabajo de 1 J.

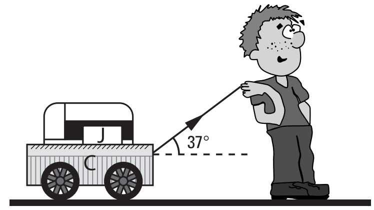
En el SIMELA el trabajo es una magnitud derivada de las magnitudes fuerza y longitud. La unidad es "newton x metro" que se denomina **joule** (J):

*Recordemos que una magnitud vectorial es la que tiene dirección y sentido, por ejemplo la velocidad y la fuerza; y que una escalar carece de esos atributos, por ejemplo la masa y la temperatura.

Ejemplo

Nicolás recorre 4 m arrastrando una carro de masa 10 kg por un piso horizontal como indica la figura. La fuerza que aplica es constante de 15 N de intensidad y forma un ángulo de 37º con la horizontal. En todo el trayecto actúa una fuerza de rozamiento con el piso de 5 N.





Calcule el trabajo de cada una de las fuerzas que actúan sobre la carro y el trabajo total (suma de los trabajos de todas las fuerzas.)

$$L_{\vec{F}_N}^{A\to B} = \left|\vec{F}_N\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos\left(\vec{F}, \overrightarrow{AB}\right) = 15N.4m.\cos 37° = 48J \quad ó$$

$$L_{\vec{F}_N}^{A\to B} = F_{Nx} \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| = 15N.\cos 37°.4m = 48J$$

$$L_{\vec{P}}^{A\to B} = \left|\vec{P}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos 90° = 0$$

$$L_{\vec{N}}^{A\to B} = \left|\vec{N}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos 90° = 0$$

$$L_{\vec{F}_r}^{A\to B} = \left|\vec{Fr}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos 180° = 5N.4m.(-1) = -20J$$

$$\sum L_{\vec{F}}^{A\to B} = 48J + (-20J) = 28J$$

Un resultado importante para el cálculo del trabajo de un conjunto de fuerzas, es que la suma de los trabajos de todas las fuerzas es igual al trabajo de la resultante. Es decir que se pueden sumar las fuerzas primero (vectorialmente) y calcular luego el trabajo de la resultante, o bien calcular los trabajos individuales y luego sumarlos para hallar el trabajo total.

$$L_{\vec{R}} = \sum_{1}^{n} L_{\vec{F}_i} \quad \text{donde} \quad \vec{R} = \sum_{1}^{n} \vec{F}_i$$

Actividad. Demuestre esta propiedad para el ejemplo anterior.

Trabajo de fuerzas variables

Cuando las fuerzas que actúan sobre un objeto varían con la posición, tal el caso de la fuerza elástica, la fuerza electrostática o la fuerza gravitatoria*, se debe recurrir a la definición más general de trabajo. El trabajo de fuerzas variables se calcula como la integral a lo largo del recorrido del producto escalar entre la fuerza y el diferencial de desplazamiento. Para una trayectoria rectilínea según el eje x, y utilizando la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento, el trabajo se calcula como:

$$L_{\vec{F}}^{A\to B} = \int_{xA}^{xB} F_x \cdot dx$$

Expresión en la que Fx indica la componente x de la fuerza

$F_x = \left|\vec{F}\right| \cdot \cos\alpha$

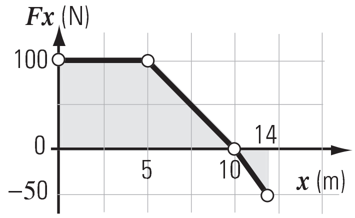
α es el ángulo entre $\vec{F}$ y $d\vec{x}$ (que tiene el sentido del movimiento)

Si $\alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\alpha > 0$ Si $\alpha > \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\alpha < 0$

*salvo en los casos en que se pueda considerar a la gravedad constante, tanto en módulo como en dirección y sentido, en todos aquellos casos en los que los desplazamientos sean muy chicos en comparación con el tamaño de la Tierra o las distancias astronómicas.

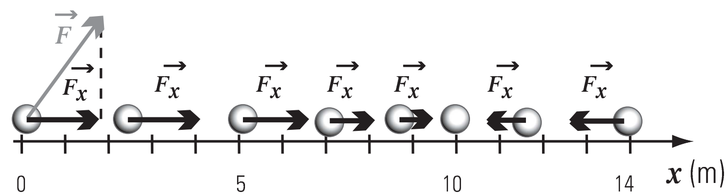
Si se dispone de un gráfico de Fx en función de la posición x, el módulo del trabajo estará dado por el área encerrada entre la curva Fx (x) y el eje de la posición. El signo del trabajo dependerá de que el vector proyección de la fuerza en el eje x y el vector despazamiento tengan igual o distinto sentido.

Ejemplo



El gráfico de la izquierda muestra cómo varía en función de la posición la componente Fx de una fuerza que actúa sobre un cuerpo que se mueve sobre una recta paralela al eje x.

Calculemos el trabajo realizado por esta fuerza sobre el cuerpo cuando el mismo se desplaza entre $x = 0$ y $x = 14$ m. :



Entre x = 0 m y x = 5 m el módulo del vector $\vec{F}x$ permance constante y su sentido es el del sistema de referencia. Entre x = 5 m y x = 10 m disminuye linealmente en función de la posición. En x = 10 m Fx es nula; entre esta posición y x = 14 m el sentido del vector $\vec{F}x$ es contrario al del eje x y el módulo aumenta linealmente con la posición.

$$L_{\vec{F}}^{0\rightarrow 14m} = 100\ N \cdot 5\ m + \frac{100\ N \cdot (10\ m\ -\ 5\ m)}{2} - \frac{50\ N \cdot (14\ m\ -\ 10\ m)}{2} = 650\ J$$

Observemos que el trabajo es negativo cuando el cuerpo se desplaza entre $x = 10$ m y $x = 14$ m en concordancia con el hecho de que la fuerza y el desplazamiento tienen sentidos opuestos.

Actividad: calcule el trabajo de esta fuerza cuando el objeto se desplaza entre $x = 14$ m y $x = 0$.

Trabajo y Energía Cinética

La **energía cinética** de un cuerpo de masa **m** que se mueve con una velocidad de módulo v se define como:

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2$$

Es sencillo verificar que las unidades de energía cinética son las mismas que las de trabajo. Esta unidad en el SIMELA es el **joule** (**J**).

Notemos que la energía cinética es una magnitud escalar nunca negativa que depende del módulo de su velocidad y no de su dirección y sentido.

La definición de energía cinética surge a partir de un resultado de gran importancia que la vincula con el trabajo de todas las fuerzas actuantes sobre el cuerpo. Este resultado se conoce con el nombre de **teorema del trabajo y la energía cinética** y establece que:

> *La suma de los trabajos de todas la fuerzas actuantes sobre un cuerpo es igual a la variación de la energía cinética del mismo.*

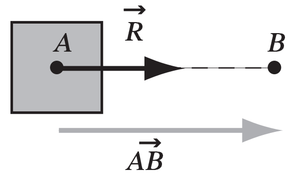
Es decir, si un cuerpo sobre el cual actúan varias fuerzas, se desplaza entre la posición inicial **A** y la posición final **B**, el efecto del trabajo total (o trabajo de la fuerza resultante) es cambiar la energía cinética del cuerpo. En símbolos:

$$L_{total}^{A\rightarrow B} = \Delta E_C^{A\rightarrow B} = E_{C_B} - E_{C_A}$$

Si el trabajo total es positivo, el cuerpo gana energía cinética y si es negativo la pierde.

Este teorema puede demostrarse a partir de la segunda ley de Newton de manera general, tanto para fuerzas constantes como variables y cualquiera sea la trayectoria del cuerpo. Como veremos en algunas aplicaciones, en eso radica su utilidad.

Demostraremos este teorema en el caso sencillo de un cuerpo inicialmente en reposo que se desplaza en línea recta entre dos posiciones **A** y **B**. Sobre él actúan varias fuerzas tales que la resultante de ellas es constante y tiene la dirección y sentido del movimiento.



El trabajo de la resultante $\vec{R}$ es:

$$L_{\vec{R}}^{A\to B} = \left|\vec{R}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos 0^{\circ} = \left|\vec{R}\right|\left|\overrightarrow{AB}\right|$$

De acuerdo a la segunda ley de Newton,

$$\left|\vec{R}\right| = m\left|\vec{a}\right|$$

Como la resultante es constante, la aceleración también lo es y el movimiento es rectilíneo uniformemente variado. De la ecuación complementaria, válida para el MRUV, se obtiene:

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \frac{v_B^{\ 2} - v_A^{\ 2}}{2\left|\vec{a}\right|}$$

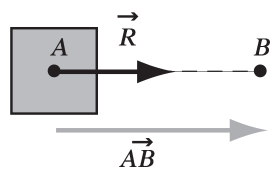
reemplazando en la expresión del trabajo de la resultante,

$$L_{\vec{R}}^{A\to B} = \left|\vec{R}\right|\left|\overrightarrow{AB}\right| = m\left|\vec{a}\right| \frac{v_B^{\ 2} - v_A^{\ 2}}{2\left|\vec{a}\right|} = \frac{1}{2}mv_B^{\ 2} - \frac{1}{2}mv_A^{\ 2}$$

Obsérvese que si la trayectoria fuera cualquiera y la fuerza resultante no fuera constante ni paralela al desplazamiento siempre podría descomponerse la trayectoria en pequeños tramos casi rectos en los que la fuerza resultante pudiera considerarse constante y de la que, para calcular el trabajo, sólo interesaría la componente paralela al desplazamiento. Utilizando el concepto de integral se puede generalizar el teorema a cualquier tipo de trayectoria ya sea la resultante constante o variable.

Ejemplo

Sobre un piso horizontal liso (sin fricción) un bloque de 5 kg es empujado por una fuerza $\vec{F}$ tambien horizontal de 80 N a lo largo de 20 metros. Si parte del reposo, ¿qué velocidad tendrá el bloque al final del recorrido?



Como ni el peso ni la normal hacen trabajo por ser perpendiculares a la trayectoria, la única fuerza que hace trabajo es $\vec{F}$, tendremos:

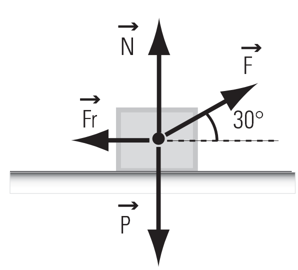
$$L_{\vec{F}}^{A\to B} = \Delta E_C \Rightarrow 80\ N \cdot 20\ m \cdot \cos 0^{\circ} = \frac{1}{2} \cdot 5\ kg \cdot v^2 \Rightarrow v = 25{,}3\frac{m}{s}$$

Este sencillo problema resulta más simple de resolver de este modo que empleando cinemática y dinámica.

Otra aplicación de este teorema es que midiendo los cambios de velocidad tendremos una medida directa del trabajo realizado por la resultante, que de otro modo requeriría conocer todas las fuerzas.

Ejemplo

Se observa que un bloque que es arrastrado 10 m por un plano horizontal mediante una fuerza $\vec{F}$ de 120 N que forma un ángulo de 30° con el piso, se mueve a velocidad constante. ¿Cuál es el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento?



$$v = cte \Rightarrow \Delta E_C = 0 \Rightarrow \sum L_{\vec{F}}^{A\to B} = 0$$

$$\Rightarrow L_{\vec{F}}^{A\to B} + L_{\vec{F}_R}^{A\to B} + L_{\vec{P}}^{A\to B} + L_{\vec{N}}^{A\to B} = 0$$

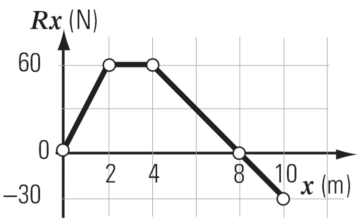
Como ni el peso ni la normal hacen trabajo por ser perpendiculares a la trayectoria:

$$L_{\vec{F}}^{A\to B} = -L_{\vec{F}_R}^{A\to B} \Rightarrow L_{\vec{F}_R}^{A\to B} = -120N \cdot 10m \cdot \boldsymbol{cos}\, 30° = -1039,2J$$

Aunque no conozcamos detalles acerca de la fuerza de rozamiento en este caso, podemos calcular su trabajo y por supuesto su valor:

$$-1039,2J = F_R \cdot 10m \cdot \cos 180° \Rightarrow F_R = 103,92m$$

Ejemplo



El gráfico de fuerza en función de la posición de la izquierda corresponde a un cuerpo que parte del reposo en x = 0 y se mueve sobre una recta paralela al eje x. En el eje vertical se representa a la componente de la resultante en la dirección del movimiento (***Rx***).

a) Sin hacer cuentas, determine en qué posición la velocidad del cuerpo alcanza su valor máximo.

b) Calcule la velocidad del cuerpo en x = 10 m

Observemos que en algunos tramos la fuerza resultante y por ende la aceleración no es constante. No hemos visto como tratar en cinemática aceleraciones variables y por lo tanto no podríamos encontrar en forma detallada $x = x(t)$ y $v = v(t)$. El teorema del trabajo y la energía cinética nos permite conocer, a partir de la velocidad en algún punto, las velocidades en cualquier punto de la trayectoria.

Como el cuerpo parte del reposo su velocidad en una posición cualquiera xf se calcula a partir de la expresión

$$L_{R_x}^{x_0 \to x_f} = \Delta E_C = \frac{1}{2} m v_f^{\,2} - \frac{1}{2} m v_0^{\,2} = \frac{1}{2} m v_f^{\,2}$$

Recordemos que si se dispone de un gráfico de ***Rx*** en función de la posición x, el trabajo estará dado por el área encerrada entre la curva $Rx(x)$ y el eje de la posición.

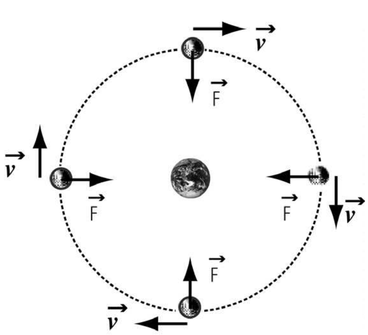
Analizando el gráfico vemos que el trabajo de ***Rx*** es positivo hasta x = 8 m porque la fuerza y el desplazamiento tienen el mismo sentido y negativo entre 8 m y 10 m porque la fuerza invierte su sentido. Es evidente que valor máximo de la energía cinética se obtiene para x = 8 m.

Para calcular la velocidad del cuerpo para x = 10 m, que llamaremos vf

$$\tfrac{1}{2} m v_f^{\,2} - 0 = L_{R_x}^{0\to 10m} = L_{R_x}^{0\to 2m} + L_{R_x}^{2m\to 4m} + L_{R_x}^{4m\to 8m} + L_{R_x}^{8m\to 10m}$$

$$\tfrac{1}{2} m v_f^{\,2} = 60J + 120J + 120J - 30J = 270J$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2\,.\,270J}{60kg}} = 3\frac{m}{s}$$



La fuerza gravitatoria que la Tierra le hace a la Luna no hace trabajo porque es siempre perpendicular a la trayectoria y en correspondencia la energía cinética de la Luna es constante, es decir, no cambia el módulo de la velocidad.

Hay casos en los cuales la fuerza resultante sobre un cuerpo es distinta de cero pero el trabajo que realiza es nulo. Esto ocurre para fuerzas perpendiculares a la trayectoria en los que el cuerpo se mueve a velocidad de módulo constante y cambia su dirección. Así por ejemplo, el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra puede describirse como aproximadamente circular. La fuerza que la Tierra ejerce sobre la Luna es la de atracción gravitatoria. Esta fuerza es radial y al ser perpendicular a la trayectoria circular no realiza trabajo. La energía cinética de la Luna permanece constante y el módulo de la velocidad no cambia. Bajo estas condiciones el movimiento es además de circular, uniforme.

Energía Potencial

Un objeto en movimiento tiene energía cinética, pero esté o no en movimiento puede tener otra forma de energía: energía potencial. Veremos que el concepto de energía potencial, como el de energía cinética, está asociado al trabajo que puede realizar este objeto sobre otro u otros.

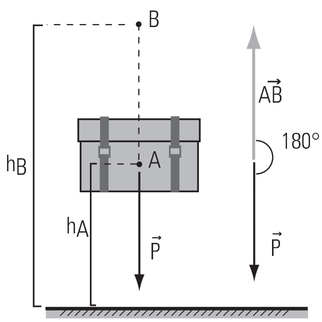
Toda fuerza que actúa sobre un cuerpo puntual es el resultado de la interacción con otro cuerpo. Hay algunas fuerzas de interacción, como las gravitatorias, las eléctricas o las elásticas, que dependen sólo de la posición relativa entre ambos. En esos casos, se puede asociar a cada posición del objeto, una energía potencial.

Veremos la expresión de la energía potencial para el caso de un cuerpo en las proximidades de la Tierra, y para el caso de un cuerpo sometido a una fuerza elástica. Estos dos casos son abarcativos de muchos fenómenos, ya que la interacción gravitatoria interviene en todo movimiento de cuerpos cerca de la Tierra y en el movimiento de todos los cuerpos celestes, y la interacción elástica es una buena aproximación de las fuerzas que actúan entre partículas al nivel molecular, que son responsables de muchas de las propiedades observables de los cuerpos macroscópicos (dureza, estado de agregación, calores específicos, puntos de fusión etc.)

El piano tiene energía potencial gravitatoria relativa al nivel del piso, cuando cae se va tranformando en energía cinética.

Trabajo de la fuerza peso. Energía potencial gravitatoria

Analicemos las características del trabajo realizado por la fuerza peso cuando un cuerpo se mueve entre dos posiciones cualesquiera sin tener en cuenta las otras fuerzas que pueden actuar sobre el mismo. Comenzaremos considerando un cuerpo de peso $\vec{P}$ que asciende verticalmente desde una altura h_A hasta una altura h_B, ambas con respecto al piso.



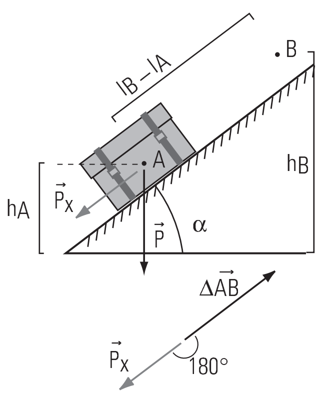
El trabajo realizado al comprimir el resorte redunda en energía potencial elástica que luego se tranforma en energía potencial cinética del muñeco.

$$L^{A\to B}_{\vec{P}} = |\vec{P}|\,|h_B - h_A|\,\cos 180º = -m|\vec{g}|\,(h_B - h_A)$$

En adelante utilizaremos el símbolo g para designar el módulo de la aceleración de la gravedad,

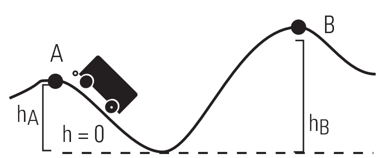
Verifiquemos ahora que si el cuerpo asciende una altura $(h_B - h_A)$, cualquiera sea su trayectoria el trabajo del peso sigue teniendo el mismo valor. En efecto, si el cuerpo asciende por un plano inclinado un angulo α con respecto a la horizontal:

$$L^{A\to B}_{\vec{P}} = |\vec{P}_x| \cdot |l_B - l_A| \cdot \cos 180º =$$
$$= -m \cdot g \cdot sen\alpha \cdot \frac{(h_B - h_A)}{sen\alpha} =$$
$$= -m \cdot g \cdot (h_B - h_A)$$



Esto se puede generalizar para cualquier tipo de trayectoria entre la posición inicial a una altura h_A y la posicion final a una altura h_B.

El trabajo de la fuerza peso cuando un cuerpo se desplaza desde una posición a otra es el mismo cualquiera sea la trayectoria y sólo depende de la diferencia de alturas entre ambas posiciones y del peso del cuerpo.



El trabajo de la fuerza peso cuando un cuerpo se desplaza desde una posición a otra es el mismo cualquiera sea la trayectoria y sólo depende de la diferencia de alturas entre ambas posiciones y del peso del cuerpo.

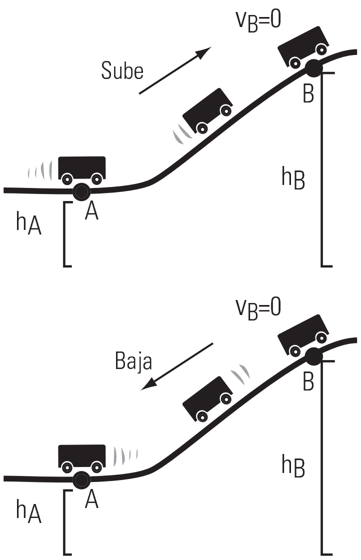
$$L^{A\to B}_{\vec{P}} = -m \cdot g \cdot (h_B - h_A)$$

Si el cuerpo vuelve a la posición inicial entonces el trabajo total realizado por la fuerza peso es cero. Las trayectorias que comienzan y terminan en la misma posición se llaman **trayectorias cerradas**. Se llaman fuerzas conservativas aquellas cuyo trabajo en **cualquier** trayectoria cerrada es cero.* Asociamos una energía potencial a cada fuerza conservativa. Se dice, entonces, que la fuerza peso es una fuerza conservativa a la que se le puede asociar una **energía potencial gravitatoria** que, para un objeto determinado, sólo depende de la posición y que se define como:

$$E_{P_G} = mgh$$

de modo que su variación entre dos posiciones está relacionada con el trabajo realizado por la fuerza peso entre las mismas posiciones de la siguiente manera:

$$L^{A \to B}_{\vec{P}} = -m \cdot g \cdot (h_B - h_A) = -\left(Ep_{GB} - Ep_{GA}\right)$$



La energía cinética en A de ida y de vuelta es la misma porque el trabajo del peso en un camino cerrado es cero.

Es inmediato, de su expresión, que las unidades de energía potencial son las mismas que las de trabajo.

El siguiente ejemplo ilustrado a la izquierda sirve para aclarar estos conceptos. El carrito, sobre el cual supondremos que no hay rozamiento, pasa por la posición **A**, llega a una altura **B** y vuelve a la posición **A**. Durante la subida la energía cinética disminuye pues el trabajo del peso es negativo y la fuerza normal no realiza trabajo. Al llegar a **B** su energía cinética es cero y al bajar aumenta debido al trabajo positivo del peso. Cuando vuelve a pasar por la posición **A** tiene la misma energía cinética que al comienzo pues el trabajo del peso en una trayectoria cerrada (**ABA**) es cero.

Se puede pensar que la energía cinética inicial en **A** se "ha guardado" al llegar a **B** como energía potencial asociada al peso y luego es recuperada al volver a la posición inicial. Esto justifica la calificación de conservativa para la fuerza peso. Obviamente, no todas las fuerzas son conservativas. Por ejemplo, en el caso de actuar el rozamiento entre el objeto y el piso, el trabajo realizado por esta fuerza es negativo tanto en la ida como en la vuelta y por lo tanto cuando el carrito vuelva a su posición inicial tendrá menos energía cinética.

Observaciones:

• En la expresión $E_{PG} = m.g.h$ se ha adoptado energía potencial gravitatoria cero en el nivel de referencia ($h=0$). Suele tomarse la convención de elegir la superficie de la Tierra como el nivel cero. Cuanto más elevado esté un cuerpo, mayor será su energía potencial gravitatoria. La fórmula es válida en las proximidades de la Tierra, donde pueda considerarse que la fuerza peso no varía con la altura.

• Estrictamente hablando la energía potencial gravitatoria no es del cuerpo sino del sistema cuerpo- Tierra. Hemos supuesto que en esta interacción la Tierra permanece en reposo y es, en esas condiciones, que hablamos resumidamente de energía potencial del cuerpo.

• En la expresión $L_P = -\Delta E_{PG}$ el signo negativo refleja el hecho de que cuando el peso hace trabajo positivo (el cuerpo baja) la energía potencial disminuye y cuando el peso hace trabajo negativo (el cuerpo sube) la energía potencial aumenta.

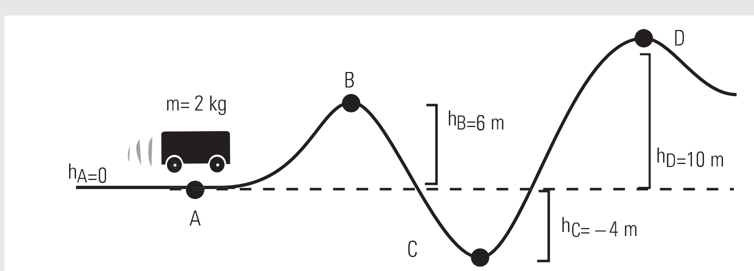
$$E_{P_G} = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{P_{GA}} = 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 0 = 0$$

$$E_{P_{GB}} = 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 6m = 120J$$

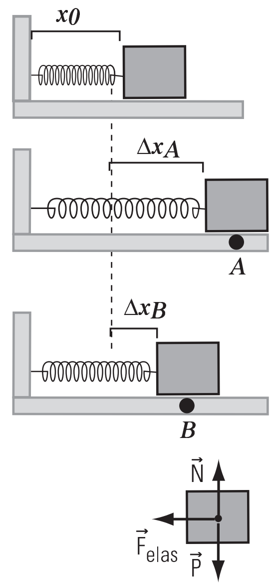
$$E_{P_{GC}} = 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot (-4m) = -80J$$

$$E_{P_{GD}} = 2kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 10m = 200J$$



*Las fuerzas de vínculo no trabajan y por tanto cumplirían con la definición de fuerzas conservativas, casi todos los autores acuerdan en no considerarlas ni conservativas, ni no conservativas. Esa distinción carece de importancia práctica.

Trabajo de la fuerza elástica. Energía potencial elástica



Sobre un cuerpo vinculado a un resorte como muestra la figura actúa la fuerza elástica cuyo sentido e intensidad depende de la deformación del resorte respecto de su longitud natural.

Para resortes que cumplen la ley de Hooke, si el cuerpo se mueve entre dos posiciones **A** y **B** que corresponden a estados de deformación del resorte caracterizados por Δx_A y Δx_B, se puede demostrar que el trabajo realizado por la fuerza elástica, no depende de las oscilaciones realizadas por el cuerpo, sólo depende de las posiciones inicial y final y de la constante elástica del resorte.

$$L_{\vec{F}_{elast.}}^{A\to B} = -\left(\frac{1}{2}k\Delta x_B^2 - \frac{1}{2}k\Delta x_A^2\right)$$

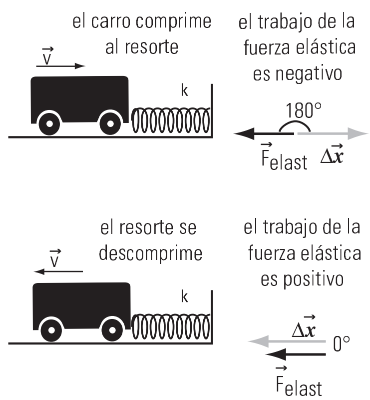
La fuerza elástica es una fuerza conservativa a la que se le puede asociar una energía potencial elástica que se define como:

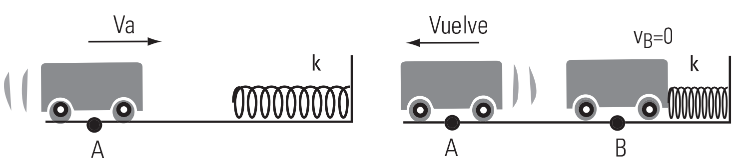
$$E_{Pelast} = \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

de modo que su variación entre dos posiciones está relacionada con el trabajo realizado por la fuerza elástica entre las mismas posiciones de la siguiente manera:

$$L_{\vec{F}_{elast.}}^{A\to B} = -\left(\Delta E_{P_{elast.}}^{\quad A\to B}\right)$$

El siguiente ejemplo ilustrado sirve para aclarar estos conceptos. El carrito, sobre el cual supondremos que no hay rozamiento, pasa por la posición **A**, comprime el resorte hasta la posición **B**, luego el resorte se descomprime y el carrito vuelve a la posición **A**. Durante la compresión la energía cinética disminuye pues el trabajo de la fuerza elástica es negativo (ni el peso ni la fuerza normal realizan trabajo). Al llegar a **B**, en la compresión máxima, la energía cinética es cero. Al descomprimirse el resorte, en el rebote, la energía cinética aumenta debido al trabajo positivo de la fuerza elástica. Al volver a pasar por la posición **A** tiene la misma energía cinética que al comienzo pues el trabajo de la fuerza elástica en la trayectoria cerrada **ABA** es cero.





La energía cinética en **A** de ida y de vuelta es la misma porque el trabajo de la fuerza elástica en un camino cerrado es cero.

La energía cinética inical se "ha guardado" como energía potencial asociada a la fuerza elástica y luego es recuperada al volver a la posición inical. Esto justifica la calificación de conservativa para la fuerza elástica.

Observación:
Cuando hablamos de interacción elástica imaginamos resortes ideales (sin masa) uno de cuyos extremos está ligado a un cuerpo y el otro a una pared (que no se mueve) entonces la energía elástica se la asignamos al cuerpo y depende del cambio de la longitud del resorte. Si en el otro extremo del resorte no estuviera la pared sino otro cuerpo, al cambiar la longitud del resorte se moverán los dos cuerpos y el cambio de la longitud del resorte modificará la energía potencial elástica del conjunto de ambos cuerpos unidos por el resorte.

Energía Mecánica

Recordemos que la variación de energía cinética de un cuerpo es igual a la suma de los trabajos de todas las fuerzas que actúan sobre él:

$$L_{total}^{\ i\to f} = \Delta E_C^{\ i\to f}$$

El concepto de fuerza conservativa y de energía potencial asociada a ella, nos permite escribir este teorema de otra manera que es de gran ayuda para analizar muchas situaciones físicas. En efecto, el trabajo total puede descomponerse en la suma de los trabajos de todas las fuerzas conservativas (en nuestro caso peso y elástica) y la suma de los trabajos realizados por las otras fuerzas, que llamaremos **no conservativas.**

$$L_{\vec{P}}^{i\to f} + L_{\vec{F}_{elas}}^{i\to f} + \sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i\to f} = \Delta E_C^{\ i\to f}$$

Recordando la relación entre el trabajo de una fuerza conservativa y la variación asociada de energía potencial:

$$-\Delta E_{P_{grav}}^{\ i\to f} - \Delta E_{P_{elast}}^{\ i\to f} + \sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i\to f} = \Delta E_C^{\ i\to f}$$

$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i\to f} = \Delta E_C^{\ i\to f} + \Delta E_{P_{grav}}^{\ i\to f} + \Delta E_{P_{elast}}^{\ i\to f} =$$

$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i\to f} = \Delta\left(E_C^{\ i\to f} + E_{P_{grav}}^{\ i\to f} + E_{P_{elast}}^{\ i\to f}\right)$$

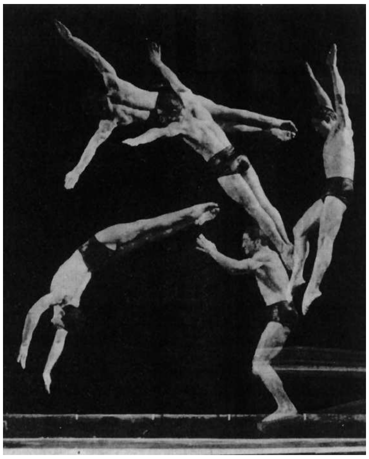
La **energía mecánica** de un cuerpo se define como la suma de sus energías potenciales y de su energía cinética. En símbolos:

$$E_M = E_C + E_{P_{grav}} + E_{P_{elast}}$$

Por lo tanto la propiedad anterior puede escribirse

$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i\to f} = \Delta E_M^{\ i\to f}$$

La variación de la energía mecánica de un cuerpo es igual al trabajo de las fuerzas no conservativas.



Actividad. Describa las transformaciones enegéticas presentes en el salto ornamental del nadador.

Si entre la posición inicial y la posición final la suma de los trabajos de las fuerzas no conservativas es cero, las energías mecánicas inicial y final son iguales, aunque puede darse que en los puntos intermedios la energía mecánica haya variado respecto al valor inicial.

Son de especial interés los casos en los que, durante el movimiento del cuerpo a lo largo de su trayectoria la energía mecánica no cambia al transcurrir el tiempo, es decir, tiene un valor constante. Decimos entonces que la energía mecánica se **conserva**:

$$\Delta E_M^{\ i\to f} = 0$$

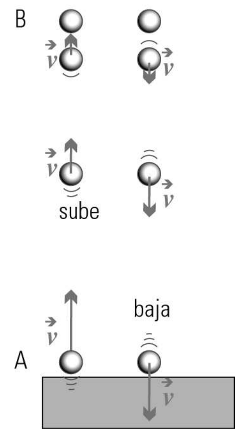
$$\Delta E_C^{\ i\to f} + \Delta E_P^{\ i\to f} = 0$$

que significa que, entre dos posiciones cualesquiera de la trayectoria, todo lo que se gana de energía cinética se pierde de potencial y viceversa, de modo tal que la energía mecánica se mantiene constante

$$E_M = \text{constante}$$

En los ejemplos siguientes analizaremos lo útil que puede resultar la aplicación de esta propiedad.

Ejemplo



Un caso muy sencillo es el de un objeto lanzado verticalmente desde el suelo con velocidad inicial v_0. Mientras el cuerpo está en el aire, la única fuerza que actúa sobre él es el peso (despreciamos el rozamiento con el aire). Inicialmente posee energía cinética, y a medida que se eleva, ésta disminuye y aumenta su energía potencial, de modo que la suma de ambas, es decir la energía mecánica del objeto, es constante a lo largo de todo el movimiento. Empleando la conservación de la energía, se puede calcular la altura máxima que alcanza el objeto, así como la velocidad a cualquier altura que se desee.

La altura máxima se calcula teniendo en cuenta que al alcanzarla toda la energía cinética inicial se ha convertido en potencial:

$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{A\to B} = \Delta E_M{}^{A\to B} = 0$$

$$E_{M\,A} = E_{M\,B} \Rightarrow E_{C\,A} = E_{PG\,B}$$

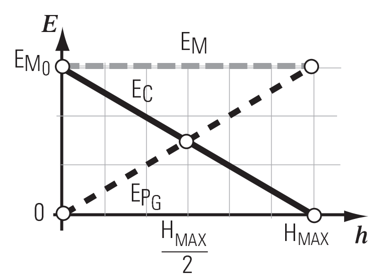
$$\tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_A{}^2 = m \cdot g \cdot H_B \quad \Rightarrow \quad H_B = \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

Si bien podríamos haber obtenido el mismo resultado por consideraciones cinemáticas, el planteo energético no incluye el tiempo y por lo tanto resulta más sencillo.

Es útil construir un gráfico de energías en función de la altura. La energía mecánica es constante, la energía potencial es función lineal de la altura y la energía cinética es la resta de ambas y por lo tanto su gráfico también es una recta.

La velocidad a una dada altura h se calcula a partir de:

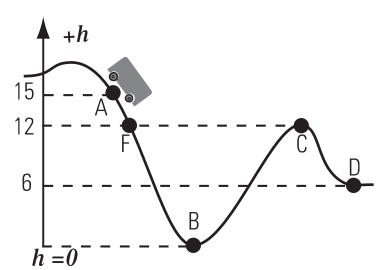
$$\tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_R{}^2 = E_{M\,A} - m \cdot g \cdot h$$



La energía mecánica es constante, al subir todo lo que gana de energía potencial lo pierde de cinética. Cuando baja la transformación es inversa de manera que en cada posición tiene el mismo módulo de velocidad al subir que al bajar.

Este gráfico se puede analizar para el trayecto de bajada, comenzando el recorrido en $h = H_{max}$. Recorriendo el gráfico de derecha a izquierda vemos que al caer, la energía potencial se va transformando en energía cinética, de manera que el valor de la energía mecánica no cambia. Una consecuencia de esto, es que la velocidad que tendrá el objeto al llegar al piso será del mismo módulo que la velocidad con la que fue lanzado.

Ejemplo



Un carrito de 50 kg se desplaza por un riel, que supondremos sin fricción, como indica la figura. Comienza a caer sin velocidad inicial desde **A** a una altura de 15 metros por encima del punto más bajo de la trayectoria (**B**). ¿Qué velocidad tendrá en los puntos indicados por **B**, **C** y **D**?

Obsérvese que se ha elegido arbitrariamente el cero del nivel de referencia para las alturas en el punto **B**.

Las fuerzas sobre el carrito son el peso y la fuerza que le ejerce el riel (la normal) entonces, para todo el recorrido se cumple que

$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{i\to f} = \Delta E_M{}^{i\to f}$$

$$L_{\vec{N}}^{i\to f} = \Delta E_M{}^{i\to f}$$

El trabajo de la normal (N) es cero por ser en todo punto perpendicular a la trayectoria, entonces

$$\Delta E_M{}^{i\to f} = 0 \Rightarrow E_M = \text{constante} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} = E_{M\,C} = E_{M\,D} = m \cdot g \cdot h_A = 7500J$$

Dado que la energía potencial en **B** es cero, porque en ese punto tomamos la referencia h = 0, la velocidad en **B** será tal que:

$$\tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = 7500J \Rightarrow v_B = 17{,}32\, \tfrac{m}{s}$$

La velocidad en **D** deberá cumplir que:

$$7500J = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_D^2 + m \cdot g \cdot h_D \Rightarrow 7500J - 3000J = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_D^2$$

$$\Rightarrow v_D = 13{,}4\, \tfrac{m}{s}$$

Actividad:

1.- Calcule la velocidad en **C** y en **F**.

2.- Si el punto **C** hubiese estado a una altura, respecto a **B**, de 16 m, indique si el carrito llega al punto **D** y en ese caso con qué velocidad.

3.- ¿Cuáles de los resultados anteriores se modifican si la masa del carrito fuese de 100 kg?

Ejemplo

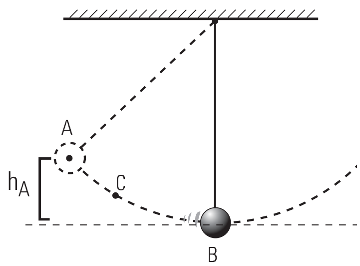
Los osciladores mecánicos tales como las hamacas, péndulos o cuerpos ligados a resortes son sistemas conservativos en el caso de poder despreciar la fricción.

Se hace oscilar un péndulo dejándolo caer desde **A** a una altura h_A respecto al nivel más bajo que alcanza (punto **B**). Suponiendo despreciable el rozamiento, encuentre:

a) La máxima velocidad que adquiere, ¿en qué posición la alcanza?

b) Cuando pasa por la posición **C,** a la mitad de la altura inicial, la velocidad: ¿es la mitad de la máxima? Justifique

c) ¿Hasta qué altura llega del otro lado?



a) Se puede plantear la conservación de la energía mecánica porque si bien actúa la tensión de la cuerda (una fuerza no conservativa) **no** hace trabajo porque es siempre perpendicular a la trayectoria. Considerando h=0 en el nivel de **B** se puede afirmar que toda la energía potencial gravitatoria del cuerpo en **A** se tranforma en energía cinética en **B**. En los demás puntos de la trayectoria la velocidad es menor porque la energía mecánica es en parte potencial.

$$E_{PC} = E_{CB} \Rightarrow m \cdot g \cdot h_A = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot {v_B}^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_A}$$

Este resultado no depende de cuál sea la masa del péndulo y aparte es la misma velocidad que tendría el cuerpo en caída libre cayendo desde la misma altura inicial.

b) (i) La energía potencial en **C** es la mitad de la energía potencial en **A**, ya que esta energía depende linealmente de la altura.

(ii) La otra mitad de la energía mecánica en ese lugar es energía cinética. Es decir que la energía cinética en **C** es la mitad de la energía cinética en **B**.

(iii) Dado que esta energía no depende linealmente de la velocidad, la velocidad en **C no** es la mitad de la máxima en **B**.

$$(i)\quad E_{PC} = m \cdot g \cdot h_C = m \cdot g \cdot \tfrac{h_A}{2} = \tfrac{E_{PA}}{2} = \tfrac{E_M}{2}$$

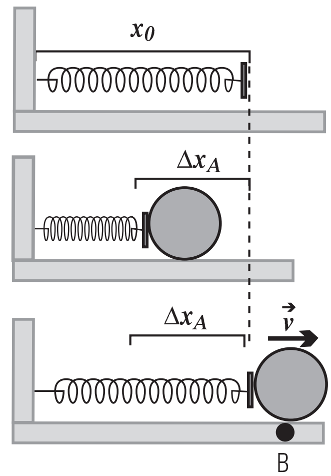
$$(ii)\quad E_{CC} = E_M - \tfrac{E_M}{2} = \tfrac{E_M}{2} = \tfrac{E_{CB}}{2}$$

$$(iii)\quad \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot {v_C}^2 = \frac{\tfrac{1}{2} \cdot m \cdot {v_B}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v_C = \sqrt{\tfrac{{v_B}^2}{2}} = 0{,}7 \cdot v_B$$

c) Sube hasta la altura inicial ya que vuelve a convertir toda la energía mecánica en potencial gravitatoria.

Ejemplo

A un resorte lineal cuya constante elástica es 5 N/m, apoyado sobre un plano horizontal, se lo comprime 3 cm a partir de su longitud relajada. Se le apoya una una pelotita de 0,2 kg como indica la figura. Se libera al resorte que impulsa a la pelotita sobre el plano cuyo rozamiento es despreciable. ¿Cuál es la velocidad de a pelotita al desvincularse del resorte?



La única fuerza no conservativa que actúa es la normal. Dado que ésta no hace trabajo pues es perpendicular a la trayectoria, se conserva la energía mecánica. A partir del momento en que el resorte recupera su longitud natural se desvincula de la pelota que sigue con movimiento rectilíneo y uniforme. Toda la energía elástica inicial del sistema se ha transformado en energía cinética del sistema.

$$E_{P\ elast\,A} = E_{C\,B} \Rightarrow \tfrac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x_A^{\ 2} = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^{\ 2}$$

$$v_B = \sqrt{\tfrac{k}{m}}\Delta x = \sqrt{\frac{5\,\frac{kg\,m/s^2}{0{,}01m}}{0{,}2kg}} \cdot 0{,}03m = 1{,}5\,\tfrac{m}{s}$$

Analizaremos a continuación algunos casos en los cuales actúan fuerzas no conservativas que realizan trabajo.

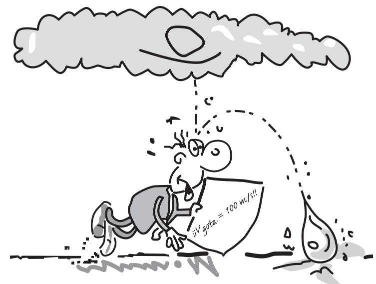
Ejemplo

Una gota de lluvia, cae desde una altura de 500 m.

a) De no existir resistencia del aire, ¿con qué velocidad llegaría al suelo?

b) Se observa que las gotas llegan al piso con una velocidad mucho menor que este valor, ¿por qué?

c) Sabiendo que la velocidad con la que una gota de radio 1 mm llega al piso es aproximadamente 7 m/s, estime qué fracción de la energía mecánica inicial de la gota se pierde por esta resistencia.



Si no fuera por la resistencia del aire la velocidad de llegada al suelo de una gota de lluvia sería gigantesca.

a) Si sólo actuara la fuerza peso, podríamos encontrar la velocidad final utilizando la conservación de la energía mecánica.

$$E_{P\,i} = E_{C\,f} \Rightarrow m_{gota} \cdot g \cdot h_{nube} = \tfrac{1}{2} \cdot m_{gota} \cdot v^2_{suelo} \Rightarrow v_{suelo} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_{nube}}$$

El resultado para la velocidad con que llegaría al suelo es independiente de la masa de la gota y es para la altura de 500 m de ¡100 m/s!

b) Este resultado disparatado se obtuvo porque no tomamos en cuenta la interacción de rozamiento con el aire circundante. La gran altura desde la cual cae la gota y su baja densidad hace que el rozamiento no se pueda despreciar.

c) Un estudio detallado del tema indica que la gota alcanza rápidamente una velocidad constante (velocidad límite) que depende de su tamaño. Según nos informa el enunciado para gotas de 1 mm de radio esta velocidad es 7 m/s.

$$\frac{E_{M\,i} - E_{M\,f}}{E_{M\,i}} = \frac{m\,g\,h - \frac{1}{2} m\,v_f^{\ 2}}{m\,g\,h} = \frac{\left(5000 - \frac{49}{2}\right)\frac{m^2}{s^2}}{5000\,\frac{m^2}{s^2}} = \frac{4975{,}5}{5000} \cong 0{,}9951$$

O sea el 99,51 % de la energía mecánica inicial se pierde por rozamiento.

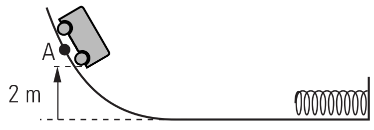
A este resultado se podría haber llegado pensando que cuando la gota llega al piso tiene una velocidad que es sólo el 7 % de los 100 m/s que tendría si no hubiera rozamiento, pero como en la energía cinética el factor velocidad está al cuadrado, su energía cinética es sólo un 0,49 % de lo que sería si no hubiera rozamiento, por lo tanto en la caída se pierde un 99,51 % de energía mecánica inicial.

Ejemplo

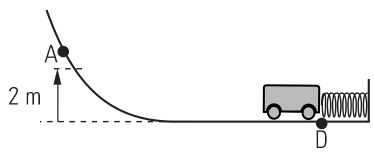
Se deja caer un carrito de 2 kg desde la posición **A**, ubicada a 2 m de altura, por una rampa curva que continúa en un plano horizontal y va a comprimir un resorte de constante elástica k = 500 N/m que se encuentra al final del recorrido. Se desprecia el rozamiento.

a) ¿Cuál es la máxima compresión del resorte?

b) ¿En su camino de vuelta, ¿en qué posición se detiene?



a) ¿Entre qué puntos aplicaremos el teorema? Elegimos aplicarlo entre el punto de máxima compresión del resorte (**D)** porque allí tenemos nuestra incógnita, y **A** porque es ahí donde conocemos la energía mecánica. Para responder lo que se pregunta no es necesario calcular la energía cinética ni la velocidad del carro en las posiciones intermedias. Simplemente basta considerar el trabajo total de las fuerzas no conservativas en el trayecto desde **A** hasta **D.** La única fuerza no conservativa aplicada, la normal, no hace trabajo por ser perpendicular al camino, por tanto se conserva la energía mecánica.



$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{A\to D} = \Delta E_M^{\ A\to D} = 0$$

$$E_{M\,A} = E_{M\,D} \Rightarrow E_{Pg\,A} = E_{P\,elastD}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \tfrac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x_D^{\ 2} \quad \Rightarrow \quad \Delta x_D = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h_A}{k}} = 0{,}4\,m$$

b) Sube de vuelta por la rampa y se detiene en la posición **A** porque la energía potencial elástica se vuelve a transformar en cinética y luego en potencial gravitatoria sin pérdidas de energía mecánica. El carrito se mantiene eternamente repitiendo este ciclo.

Actividad: Calcule la velocidad del carrito:

i) al pie del plano inclinado

ii) cuando ha descendido a la mitad de su altura inicial

iii) cuando ha comprimido el resorte a la mitad de su compresión máxima

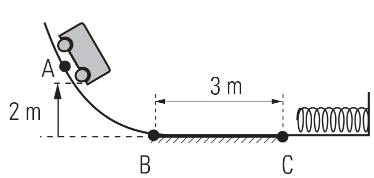
Es interesante realizar el siguiente "experimento mental" en relación con este problema: si filmamos el proceso de caída del bloque hasta la compresión máxima del resorte, y después pasamos la película al revés, el proceso que veremos coincide exactamente con el proceso real que realiza el bloque al ser impulsado por el resorte y ascender la rampa. Si se invirtiera el sentido en el que el tiempo transcurre, es decir, si el tiempo marchara hacia atrás, la evolución del sistema sería un proceso perfectamente posible. Esto no ocurriría si, por ejemplo, hubiese rozamiento o cualquier otra fuerza no conservativa. Decimos que los procesos en los que se conserva la energía mecánica son **reversibles**. La afirmación recíproca no es verdadera, porque hay procesos reversibles en los que no se conserva la energía mecánica.

Retomemos el ejemplo anterior agregando rozamiento:

Si en el plano horizontal hay una zona rugosa **BC** = 3 m, en la que el módulo de la fuerza de rozamiento es 10 N:

a) ¿Cuál es la máxima compresión del resorte?

b) ¿Cómo evoluciona el sistema?, ¿en qué posición se detiene el carrito?



$$\sum L_{\vec{F}_{no\ conserv}}^{A\to D} = \Delta E_M^{\ A\to D}$$

$$\Rightarrow L_{\vec{F}_R}^{B\to C} = E_{P\,elastD} - E_{Pg\,A}$$

$$m \cdot g \cdot h_A + \left|\vec{F}_R\right|\left|\overline{BC}\right| \cos 180° = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x_D{}^2$$

$$2kg \cdot 10m/s^2 \cdot 2m + 10N \cdot 3m \cdot (-1) = \frac{1}{2} \cdot 500\,N/m \cdot \Delta x_D{}^2$$

$$40J + (-30J) = \frac{1}{2} \cdot 500\,N/m \cdot \Delta x_D{}^2$$

$$10J = \frac{1}{2} \cdot 500\,N/m \cdot \Delta x_D{}^2 \Rightarrow \Delta x_D = \sqrt{2\frac{10J}{500\,N/m}} = 0{,}2m$$

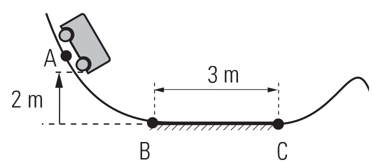
Cuando el carrro pasa por la zona con rozamiento pierde 30 J de energía mecánica, así que de los 40 J que tenía inicialmente se queda sólo con 10 J. Observemos que en este caso llega al resorte con un cuarto de la energía mecánica original (40 J / 4 = 10 J). Por eso corresponde, como se demuestra a continuación, que la compresión sea sólo la mitad de la del caso anterior sin rozamiento.

$$E_{P\,elastR_1} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x_{D_1}{}^2 \quad \text{y} \quad E_{P\,elastR_2} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x_{D_2}{}^2$$

$$E_{P\,elastD_2} = \frac{E_{P\,elastD_1}}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x_{D_2}{}^2 = \frac{\frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta x_{D_1}{}^2}{4}$$

$$\Delta x_{D_2}{}^2 = \frac{\Delta x_{D_1}{}^2}{4} \Rightarrow \Delta x_{D_2} = \frac{\Delta x_{D_1}}{2}$$



Actividad. Si en este ejemplo se reemplazara el resorte por una segunda rampa que inviertiera el sentido del movimiento del cuerpo, ¿se detendría en el mismo lugar **Z**? ¿Qué fracción de la altura inicial alcanzaría en la segunda rampa?

b) A la vuelta la energía cinética que tiene antes de entrar en la zona de rozamiento no le alcanza para poder cruzarla. ¿dónde se detiene (Punto **Z**)?

$$L_{\vec{F}_R}^{C \to Z} = E_{M\,Z} - E_C$$

$$10N \cdot d_{CZ} \cdot \cos 180° = 0 - 10J$$

$$\Rightarrow d_{CZ} = 1m$$

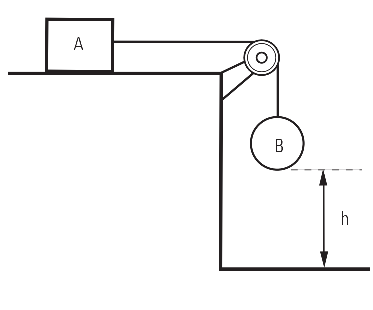
En este ejemplo si invirtiéramos el sentido del tiempo veríamos que el cuerpo parte del reposo en el plano horizontal, comprime al resorte, vuelve y asciende por el plano inclinado. ¡Es imposible! Cuando actúan fuerzas no conservativas el proceso es **irreversible**.

Sistema de cuerpos. Energía mecánica del sistema. Conservación de la energía.

Muchas veces trataremos con varios cuerpos en interacción. Resulta entonces conveniente definir **sistema** como el conjunto de cuerpos cuyo comportamiento nos interesa estudiar. La idea es simple: sistema es la parte del **universo** que aislamos mentalmente para analizar. Llamaremos **entorno** o **medio exterior** al conjunto de los cuerpos que están fuera del sistema. La elección del sistema es arbitraria y dependerá de nuestra conveniencia.

Los cuerpos del sistema pueden interactuar entre sí y con los cuerpos externos al sistema. Habrá entonces **fuerzas internas** que los cuerpos del sistema se ejercen entre sí y que por lo tanto aparecerán de a pares en el sistema y, **fuerzas externas** que ejercen los cuerpos del medio exterior sobre los del sistema y cuyo par de interacción está fuera del sistema.

Consideremos los cuerpos de la figura; el cuerpo **A** está apoyado sobre la mesa y unido a **B**, que cuelga verticalmente, mediante una soga inextensible que pasa por una polea. Supondremos que la masa de la polea y de la soga son despreciables y que no hay rozamiento en la polea ni con el aire y sí con la mesa.



Si llamamos sistema al conjunto del cuerpo **A,** el cuerpo **B**, la soga y la polea entonces el medio exterior que interactúa con el sistema será la mesa y la Tierra. De esta manera son fuerzas internas al sistema las fuerzas entre cada cuerpo y la soga. Son fuerzas externas: el peso de **A**, el peso de **B** (ya que ambas las ejerce la Tierra); la normal y la fuerza de rozamiento sobre **A** (ya que ambas las ejerce la mesa.)

Si ahora consideramos como sistema sólo el cuerpo **B**, ¿cuál es el medio exterior? El medio exterior que interesa para el cuerpo **B** es la soga y la Tierra. Son los únicos con quienes interactúa. Por lo tanto todas las fuerzas que actúan sobre **B** son externas.

Generalizando las propiedades vistas en este capítulo diremos:

La variación de la energía mecánica del sistema está dada por el trabajo de las fuerzas no conservativas, tanto internas como externas.

En simbolos:

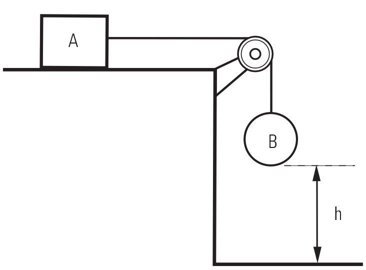
$$\Delta E_{M_{sist}}{}^{i\to f} = \sum L^{i\to f}_{\substack{\vec{F}_{no\ cons} \\ externas}} + \sum L^{i\to f}_{\substack{\vec{F}_{no\ cons} \\ internas}}$$

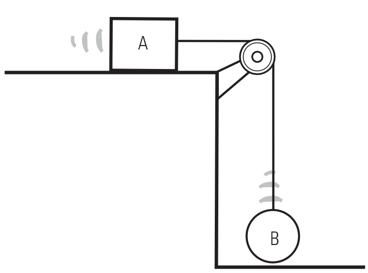
Resulta entonces que si la suma de los trabajos de las fuerzas no conservativas (tanto externas como internas) es cero la energía mecánica del sistema se mantiene constante.

$$\text{Si } \sum L^{i\to f}_{\substack{\vec{F}_{no\ cons} \\ externas}} + \sum L^{i\to f}_{\substack{\vec{F}_{no\ cons} \\ internas}} = 0 \Rightarrow \Delta E_{M_{sist}}{}^{i\to f} = 0$$

$$E_{M_{sist}} = \text{constante}$$

Retomando el ejemplo, analicemos cómo se modifican las energías mecánicas de **A** y **B** suponiendo que inicialmente se los mantiene en reposo y que luego de liberado el sistema se mueve.





Sin rozamiento. Veamos primero el caso en que se puede despreciar el rozamiento con la mesa:

a) Si llamamos sistema al conjunto de ambos cuerpos, la soga y la polea, no hay fuerzas exteriores no conservativas que hagan trabajo (la normal sobre **A** es perpendicular a su desplazamiento). También hay fuerzas internas no conservativas pero el trabajo que realiza la fuerza que ejerce la soga al desplazar **A** es igual y de signo contrario al que realiza la fuerza que la soga ejerce sobre **B**. Hemos tenido en cuenta que la soga tiene masa despreciable y que por tanto las fuerzas que ella ejerce sobre **A** y **B** son de igual módulo. También hemos supuesto que ambos cuerpos se mueven juntos pues la soga que los une es, además, inextensible. En consecuencia, la energía del sistema que es la suma de las energías mecánicas de ambos cuerpos se conserva. El cuerpo **B** es el único que pierde energía potencial y ambos cuerpos ganan energía cinética.

b) Si llamamos sistema sólo al cuerpo **B**, la variación de su energía mecánica se debe al trabajo de la fuerza externa que la soga ejerce sobre **B**. Como este trabajo es negativo (el desplazamiento es hacia abajo y la fuerza, hacia arriba), el cuerpo **B** pierde energía mecánica. Es decir, lo que gana de energía cinética al bajar (partiendo del reposo) es menor que lo que pierde de energía potencial.

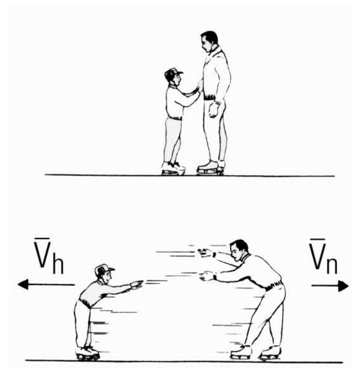
Por supuesto que el resultado que obtenemos para la pérdida de energía mecánica del cuerpo **B** es independiente de la elección del sistema. En un caso la atribuimos al trabajo negativo de la tensión y en el otro a la ganancia de energía cinética de **A**.

Con rozamiento. Analicemos cómo se modifican estos resultados si no puede despreciarse el rozamiento con la mesa.

a) En el sistema de ambos cuerpos, la energía mecánica total disminuye por el trabajo de la fuerza de rozamiento. Ambos cuerpos adquieren menor energía cinética ante una misma variación de energía potencial de **B** que en el caso de no existir rozamiento.

b) La fuerza de rozamiento es la causante de que la aceleración del conjunto sea menor que en el caso anterior. Por tanto, si tomamos como sistema al cuerpo **B** la fuerza que le ejerce la soga es mayor que en el caso sin roce, el trabajo no conservativo resulta mayor y **B** adquiere menor energía cinética que en el caso sin rozamiento

Nuevamente el resultado que obtenemos para la pérdida de energía mecánica del cuerpo **B** es independiente de la elección del sistema.



En este caso la energía mecánica del sistema niño-hombre aumenta porque el trabajo de las fuerzas interiores no conservativas es positivo.

En el ejemplo tratado el trabajo total realizado por las fuerzas interiores es cero. Cabe destacar que aunque las fuerzas interiores aparezcan siempre de a pares, el trabajo total realizado por todas ellas puede ser distinto de cero.

Remarquemos que:

- El cambio en la energía potencial de un objeto resulta de cambiar su posición en un campo de fuerzas, ya sea gravitacional como el caso visto, eléctrico (como veremos en una unidad próxima) o magnético. Comprimir un resorte, ejercer torsión sobre una hilo, modificar el tamaño de una pompa de jabón se consideran también formas de modificar la energía potencial de un sistema. La única condición es que el trabajo de las fuerzas involucradas dependa sólo del estado inicial y el final del sistema y no del proceso seguido para pasar de uno a otro.
- Con el término" fuerzas no conservativas" (internas o externas) nos estamos refiriendo a las fuerzas a las que no se les puede asociar una energía potencial, como por ejemplo la de rozamiento. El trabajo hecho por las mismas sobre un cuerpo extenso se manifiesta en un cambio en propiedades que dependen de su estructura interna. Por ejemplo, el rozamiento de **A** con la mesa aumenta la velocidad promedio con que oscilan sus moléculas, y esto se manifiesta en un incremento de la temperatura de ambos. Decimos que se ha modificado la energía interna (energía térmica, química, etc.) del cuerpo y del entorno. Si incluimos la energía interna dentro de una definición más amplia de energía tendremos:

$$E_{Sist} = E_{C_{sist}} + E_{P_{sist}} + E_{\mathrm{int}_{sist}}$$

Si el sistema es el universo o está aislado, entonces:

$$\Delta E_{Sist} = 0$$

La energía del universo o de un sistema aislado, en todas sus formas, se mantiene constante.

Resulta entonces que lo que varía la energía (ahora en todas sus formas) del sistema es igual y de signo contrario a la que gana el medio exterior (también en todas sus formas):

$$\Delta E_{Sist} = -\Delta E_{entorno}$$

Esta ley la retomaremos más adelante y se conoce como **primer principio de la termodinámica**.

Energía interna.
En sistemas compuestos por un número muy grande de partículas, por ejemplo las que hay en algunos gramos de un gas, líquido o sólido, es habitual considerar la energía cinética de las moléculas de esos cuerpos de una manera global y estadística y no individualmente, y en esos casos recibe el nombre de energía térmica, que se trata como otra forma de la energía diferente de la cinética y, por tanto, también distinta de la mecánica. Lo mismo ocurre con las energías potenciales de cantidades muy grandes de partículas. A la suma de las energías potenciales y cinéticas, en esos casos estadísticos que estudia la termodinámica, se la llama energía interna del sistema. Por ejemplo, si dejamos caer una bolsa de arena desde lo alto, su energía potencial se va transformando en cinética a medida que el objeto cae, pero después de chocar contra el suelo la energía cinética desaparece sin que surja ninguna energía potencial. En ese caso la energía mecánica que tenía esa bolsa de arena se perdió; desapareció, y se convirtió en energía interna de la bolsa y su contenido, que después del choque están algo más calientes.

Potencia

En la práctica es importante el tiempo empleado en realizar cierto trabajo. Por ejemplo, para subir un objeto por un plano inclinado y detenerlo al llegar, el trabajo realizado es el mismo aunque se lo suba rápido o lento. La magnitud que mide la tasa de cambio de la energía de un sistema, o lo que es lo mismo, la rapidez con la que se realiza trabajo sobre el sistema se denomina **potencia**. Como se trata de una variación en el tiempo, se podrá definir una potencia instantánea y una potencia media.

Para cada fuerza $\vec{F}$ que realiza un trabajo **L** sobre un cuerpo que se mueve entre dos posiciones **A** y **B** empleando para ello un tiempo Δt, se define **potencia media** asociada a dicha fuerza , como:

$$\mathrm{P}_M = \frac{L_{\vec{F}}^{A \to B}}{\Delta t}$$

Asociada al trabajo realizado por la fuerza $\vec{F}$, aparece un cambio en la energía del sistema de manera tal que:

$$\mathrm{P}_M = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Para el caso de una fuerza constante reemplazando el trabajo por su expresión se obtiene:

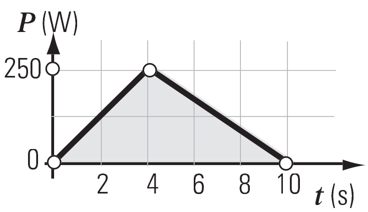
$$\mathrm{P}_M = \frac{\vec{F} \bullet \overrightarrow{AB}}{\Delta t} = \frac{\left|\vec{F}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \cos\left(\vec{F}, \overrightarrow{AB}\right)}{\Delta t}$$

y como: $\left|\overrightarrow{v_M}\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\right|}{\Delta t}$

$$\Rightarrow \mathrm{P}_M = \left|\vec{F}\right| \cdot \cos\left(\vec{F}, \overrightarrow{AB}\right) . \left|\overrightarrow{v_M}\right|$$

Si $\vec{F}$ depende de la posición, la expresión correcta para la potencia media a lo largo de un camino entre **A** y **B** será:

$$\mathrm{P}_M = \frac{\int_{x_A}^{x_B} \vec{F}(x) \bullet d\vec{x}}{\Delta t}$$



Actividad. El gráfico representa la potencia en función del tiempo de un ascensor. ¿Qué representa el área gris bajo la curva? Calcúlela.

La **potencia instantánea** suministrada por las fuerzas que hacen trabajo será la derivada de la energía respecto del tiempo:

$$\mathrm{P} = \frac{dE}{dt}$$

Es fácil probar que la potencia instantánea desarrollada por una determinada fuerza $\vec{F}$ (sea constante o no) que hace cambiar la energía del sistema en una cantidad dE cuando realiza un trabajo infinitesimal a lo largo de un desplazamiento dx, se puede expresar también como el producto escalar de la fuerza $\vec{F}$ en cada instante por la velocidad instantánea:

$$\mathrm{P}_{ins} = \frac{dE}{dt} = \frac{\vec{F} \bullet d\vec{x}}{dt} = \frac{\left|\vec{F}\right| . \left|d\vec{x}\right| . \cos\alpha}{dt} = \left|\vec{F}\right| \cdot \left|\vec{v}_{ins}\right| . \cos\alpha$$

donde α es el ángulo que, en ese instante, forma la dirección de la fuerza $\vec{F}$ con la velocidad instantánea.

La potencia se mide en **watt** (W= J/s), y es usual emplear su múltiplo, el **kilowatt** (kW). También se emplea otra unidad de potencia, asociada al sistema inglés de medida (libra para la masa, pulgadas para las longitudes, segundos para el tiempo), Se trata del **caballo de potencia (**HP**)** ("horse power"). Ver recuadro de la izquierda.

Actividad: demuestre esta relación sabiendo que 1 libra equivale a 0,454 kg y 1 pulgada a 2,54 cm.

El kilowatthora (kWh), que aparece por ejemplo, en las facturas de electricidad, es una unidad de trabajo (o de energía). Expresa la cantidad la energía entregada en una hora a una tasa de 1 kW.

Actividad: encuentre la relación entre el kilowatt-hora y el joule

Utilizando esta equivalencia podemos estimar qué masa podemos elevar hasta una altura de 30 m (un edificio de 10 pisos) si entregamos una energía de 1 kWh. El resultado (verifíquelo) es que esa energía nos alcanza para subir una masa de aproximadamente...¡12 toneladas!

Ejemplo

Un ascensor cuya masa total es de 1000 kg asciende con una velocidad constante de 1 m/s. Calcular la potencia con que el motor del ascensor le entrega energía suponiendo despreciables todos los rozamientos.

Dado que la velocidad es constante, la fuerza su expresión se obtiene, la fuerza $\vec{F}$ que ejerce el motor sobre el ascensor es igual a su peso. Entonces la potencia media, que en este caso coincide con la potencia instantánea, desarrollada por el motor está dada por

$$\mathrm{P}_{ins} = \mathrm{P}_m = m \cdot g \cdot v \cdot \cos 0° = 10000N \cdot 1 \, {}^{m}\!/_{s} = 10000W = 10kW$$

El mismo problema podría plantearse de otro modo, evaluando el aumento de energía mecánica del ascensor en un dado intervalo de tiempo. Supongamos que en un intervalo Δt el ascensor es elevado una altura h, y dado que la energía cinética no aumenta, el incremento de energía mecánica es sólo de energía potencial. En consecuencia, la potencia de la fuerza $\vec{F}$ será:

Obsérvese que este cálculo también serviría para calcular la poten-

$$\mathrm{P}_m = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t} \quad \text{y como} \quad \frac{h}{\Delta t} = v \ \Rightarrow \mathrm{P}_m = m \cdot g \cdot v$$

cia media si el ascensor no se moviera a velocidad constante sino que partiera y llegara a reposo como suele ser lo habitual cuando se mueve entre dos pisos.

Más adelante veremos que el motor puede entregar energía mecánica al ascensor porque transforma otra forma de energía, la energía eléctrica, en energía mecánica.

Analicemos por último la situación en la que el ascensor estuviese bajando. La potencia desarrollada por el motor tiene signo negativo porque la fuerza ejercida a través del cable por el motor sobre el ascensor tiene sentido contrario al desplazamiento y realiza trabajo negativo. Si la única fuerza que se opone al peso es la fuerza del cable (en la práctica actúan también fuerzas de rozamiento), esta potencia negativa expresa el ritmo con el cual el ascensor pierde energía mecánica.

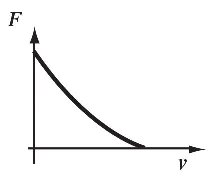
Caballo de potencia
El caballo de potencia es una unidad utilizada en el Sistema Anglosajón de Unidades. Se denota HP, del término inglés Horse Power, expresión que fue acuñada por James Watt en 1782. Se define como la potencia necesaria para elevar verticalmente a la velocidad de 1 pie/min una masa de 33.000 libras, y equivale a 745,69987158227022 W. Frecuentemente se denomina "Caballo de fuerza", introduciendo un error de concepto al confundir potencia con fuerza.

Caballo de vapor
El caballo de vapor, símbolo CV, es una unidad de potencia. Se define como la potencia necesaria para elevar verticalmente un peso de 75 kilopondios a la velocidad de 1 m/s. Esta unidad se llama así porque se suponía que era la potencia que desarrolla un caballo. Sin embargo, un humano deportista de élite puede llegar a desarrollar potencias de 1 CV en períodos muy cortos.
1 CV = 735,49875 W. En Francia se adopta 735,5 W
1 HP = 745,6987158227022 W
1 HP = 1,0138 CV
1 CV = 0,9863 HP

Trabajo, energía y potencia en seres vivos

Los animales ejercen fuerzas mediante sus músculos para realizar todo tipo de operaciones mecánicas imprescindibles para su vida. En los vertebrados el esqueleto consiste en un conjunto de elementos rígidos conectados por articulaciones flexibles para que puedan moverse unos respecto de otros y unidos por ligamentos elásticos que permiten la rotación pero no la separación. Los músculos esqueléticos mueven los huesos a los que se fijan mediante los tendones. En general un músculo esquelético es un haz de células, o fibras capaces de variar su longitud. Esta capacidad hace posible que los músculos se contraigan y ejerzan fuerza sobre la estructura ósea en la que se insertan. Un estudio fisiológico detallado de la estructura de los músculos indica que la fuerza generada por el músculo disminuye cuando aumenta la velocidad de la contracción.

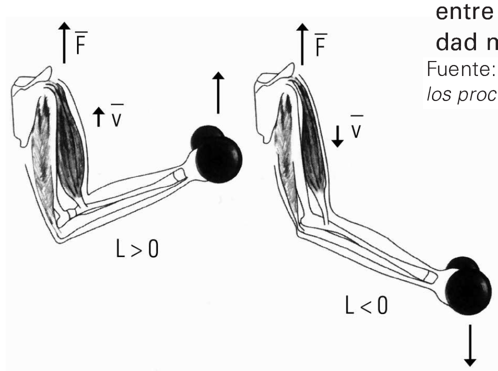
Este resultado es acorde con nuestra experiencia cotidiana de mover los objetos pesados lentamente y sólo ser capaces de mover rápidamente un músculo si la carga que soporta es pequeña.



La fuerza generada por el músculo disminuye cuando aumenta la velocidad de la contracción.

Cuando un músculo se contrae para mover un hueso del esqueleto, que a su vez desplaza un peso, el sentido del movimiento es el mismo que el de la fuerza ejercida por el músculo y, por lo tanto, el trabajo es positivo. Pero un músculo no puede empujar con el alargamiento de sus fibras; sino, en todo caso, resistirse, por tracción, a la extensión forzada por una fuerza externa o por la acción de un músculo antagonista. Así cuando un músculo se alarga, el sentido de movimiento es contrario al de la fuerza que ejerce y su trabajo es negativo.

Cuando nos movemos, nuestros músculos hacen trabajo positivo y negativo continuamente. Hacer trabajo positivo implica cierto gasto de energía interna del organismo, hacer trabajo negativo no es gratuito desde el punto de vista energético ya que hay que mantener el tono muscular, pero implica menos gasto de energía interna que hacer trabajo positivo.

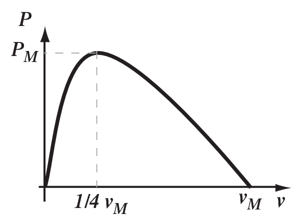


El trabajo de un músculo que se contrae es positivo y el trabajo de un músculo que se alarga es negativo.

Se llama **eficiencia metabólica** al cociente entre la potencia mecánica desarrollada por un músculo y la potencia con la que consume energía. Para el caso de de los mamíferos la eficiencia metabólica es del orden de 0,25. Es decir, sólo un 25 % de la energía consumida se transforma efectivamente en trabajo mecánico, mientras que el 75% restante se disipa en forma de calor en el organismo.

En cuanto a la velocidad con que se puede desarrollar el trabajo producido por la contracción de los músculos, es decir, la potencia muscular, ya dijimos que la fuerza muscular es máxima a velocidad cero y muy pequeña a velocidades grandes. Resulta entonces que la potencia muscular que es producto de la fuerza por la velocidad se anulará cuando la fuerza o la velocidad son nulas, como se indica en la figura. El máximo de potencia muscular se alcanza para velocidades de contracción moderadas de entre el 15 % y el 40 % de la velocidad máxima.

Fuente:F. Cussó, C. López, R. Villar, *Fisica de los procesos biológicos*, Barcelona, Ariel,2004



El máximo de potencia muscular se alcanza para velocidades de contracción moderadas.

Una manera de estimar la energía consumida en los animales es a través del oxígeno gastado en la respiración. La cantidad de energía involucrada por unidad de volumen de oxígeno es de unos 20.000 J/l

La potencia que desarrolla el cerebro es de unos 20 W . Aunque su masa es menor al 2 % de la masa total del cuerpo, consume el 20 % de la energía total humana.

El umbral de la sensación auditiva humana, para un tono de 1000 Hz, es aproximadamente de 10^{-12} W/m^2, mientras que el límite del dolor se sitúa en alrededor de 1 W/m^2 (¡un billón de veces mayor!)

Un músculo de un kilogramo puede hacer con facilidad un trabajo mecánico de unos 60 J en una sola contracción. Forzándose al máximo los músculos de los vertebrados pueden desarrollar unos 200 J/kg

La potencia mecánica del corazón es de 1,3 W pero la la tasa de consumo energético es mucho mayor pues su eficiencia es menor al 10 %. Al cabo de una vida entrega un trabajo de casi 3.000 millones de joules.

La potencia humana media en reposo es de unos 100 W. Se puede estimar considerando que una persona come diariamente unas 2500 kcal (1 cal= 4,18 J) para reponer la energía consumida.

En la respiración normal tranquila los músculos trabajan cuando se contraen en la inspiración. La espiración es un proceso pasivo causado por la retracción elástica de los pulmones y de la caja toráxica.

La mayor parte de la energía consumida por el organismo acaba disipándose en forma de calor. Sólo el 25 % se invierte en trabajo mecánico, por ejemplo cuando se levanta una pesa o se sube una escalera.